

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (3,5 điểm).

1. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{7} + \frac{3}{11}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{7} + \frac{5}{11}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{7}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{14}} \quad \text{b) } B = \frac{4^6 \cdot 9^5 - 6^9 \cdot 240}{-8^4 \cdot 3^{13} + 2 \cdot 6^{11}}$$

2. Cho các số x, y thỏa mãn $(x+2)^4 + (2y-1)^{2024} \leq 0$.

Tính giá trị của biểu thức $M = 5x^2y - 4xy^2$

3. Tìm số dư của $A = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{89} + 4^{90}$ khi chia cho 21.

Câu 2 (3,5 điểm).

1. Tìm x biết $|2x - 1| = 3$

2. Tìm x, y, z biết $4x = 3y$; $7y = 5z$ và $2x + 3y - z = -62$

3. Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua một số gói tăm từ thiện, lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp tỉ lệ với 5, 6, 7 nhưng sau đó chia theo tỉ lệ 4, 5, 6 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 4 gói. Tính tổng số gói tăm mà ba lớp đã mua.

Câu 3. (3,0 điểm).

1. Cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

Tính giá trị biểu thức Q , biết $Q = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

2. Tìm nghiệm của các đa thức sau:

a) $5x + 3$ b) $x^3 - 2x$

3. Tìm đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ biết $P(-1) = -1$; $P(0) = 1$; $P(1) = 3$ với x là biến số và a, b, c là các hệ số.

Câu 4. (8,0 điểm).

1. Cho tam giác DEF vuông cân tại D. Gọi G là trung điểm của EF.

a) Chứng minh $\widehat{EDG} = \widehat{DFG}$.

b) Lấy điểm H thuộc đoạn thẳng EG (H khác E và G). Kẻ các đường thẳng EI, FK lần lượt vuông góc với đường thẳng DH tại I và K. Chứng minh $EI = DK$ và tam giác GIK vuông cân.

2. Cho tam giác MNP có $\widehat{NMP} < 90^\circ$. Vẽ ra phía ngoài tam giác MNP hai đoạn thẳng MQ vuông góc và bằng MN, MR vuông góc và bằng MP. Gọi I là trung điểm của NP. Chứng minh $MI = \frac{1}{2}QR$.

Câu 5. (2,0 điểm).

Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn: $x^3 + 3x^2 + 5 = 5^y$ và $x + 3 = 5^z$.

---Hết---

Giám thị 1: Họ và tên học sinh:

Giám thị 2: Số báo danh:

Hướng dẫn chấm và biểu điểm

Môn Toán 7

Câu	ý	Nội dung	Điểm
1	1 1,5 đ	$a) A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$ $A = \frac{3}{5} + \frac{1}{\frac{5}{2}}$ $A = 1$	0,5 0,25
		$a) B = \frac{(2^2)^6 \cdot (3^2)^5 - (2 \cdot 3)^9 \cdot 2^4 \cdot 3 \cdot 5}{-(2^3)^4 \cdot 3^{13} + 2(2 \cdot 3)^{11}}$ $B = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} - 2^{13} \cdot 3^{10} \cdot 5}{-2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{12} \cdot 3^{11}}$ $B = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1 - 2 \cdot 5)}{2^{12} \cdot 3^{11} \cdot (-3 + 1)}$ $B = \frac{2(-9)}{3 \cdot (-2)}$ $B = 3$	0,25 0,25 0,25
			0,25
	2 1,0đ	Ta có: $(x + 2)^4 \geq 0$ và $(2y - 1)^{2024} \geq 0$ Nên $(x + 2)^4 + (2y - 1)^{2024} \leq 0$ khi $(x + 2)^4 = 0$ và $(2y - 1)^{2024} = 0$	0,25 0,25
		Tìm được $x = -2$ và $y = \frac{1}{2}$ Tính được $M = 12$	0,25 0,25
	3 1,0đ	$A = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{89} + 4^{90}$ Tổng A có $90 - 0 + 1 = 91$ số hạng.	0,25
		$A = 1 + (4 + 4^2 + 4^3) + (4^4 + 4^5 + 4^6) + \dots + (4^{88} + 4^{89} + 4^{90})$	0,25
		$A = 1 + 4(1 + 4 + 4^2) + 4^4(1 + 4 + 4^2) + \dots + 4^{88}(1 + 4 + 4^2)$	0,25
		$A = 1 + 4 \cdot 21 + 4^4 \cdot 21 + \dots + 4^{88} \cdot 21$ $A = 1 + 21 \cdot (4 + 4^4 + \dots + 4^{88})$ Vì $21 \cdot (4 + 4^4 + \dots + 4^{88}) : 21$ nên số dư của A khi chia cho 21 là 1.	0,25 0,25
2 3,5 đ	1 1,0đ	$ 2x - 1 = 3$ suy ra $2x - 1 = 3$ hoặc $2x - 1 = -1$ Với $2x - 1 = 3$ tìm được $x = 2$ Với $2x - 1 = -3$ tìm được $x = -1$. Vậy $x = 2, x = -1$	0,25 0,25 0,25 0,25

	2 1,0đ	Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ và $\frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ suy ra $\frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{24}$ Từ $4x = 3y$; $7y = 5z$ suy ra $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ và $\frac{x}{5} = \frac{y}{7}$ $\frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{24}$ Suy ra $\frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{28} = \frac{2x+3y-z}{30+60-28} = \frac{-62}{62} = -1$ Suy ra $x = -15, y = -20, z = -28$	0,5 0,25 0,25
	3 1,5đ	Gọi tổng số gói tăm 3 lớp cùng mua là x (x là số tự nhiên khác 0) Gọi số gói tăm dự định chia cho 3 lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là: a, b, c (a, b, c là số tự nhiên khác 0). Lập luận để có $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7}$ Suy ra $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{5+6+7} = \frac{m}{18} \Rightarrow a = \frac{5m}{18}, b = \frac{6m}{18}, c = \frac{7m}{18}$ (1) Gọi số gói tăm đã chia cho 3 lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là: x, y, z (x, y, z là số tự nhiên khác 0). Lập luận để có $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ Suy ra $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{4+5+6} = \frac{m}{15} \Rightarrow x = \frac{4m}{15}, y = \frac{5m}{15}, z = \frac{6m}{15}$ (2) So sánh (1) và (2) ta có $a > x, b = y, c < z$ Nên lớp 7C nhận số tăm nhiều hơn dự định. Suy ra $z - c = 4. \Rightarrow \frac{6m}{15} - \frac{7m}{18} = 4 \Rightarrow \frac{m}{90} = 4 \Rightarrow m = 360$ Vậy số gói tăm 3 lớp đã mua là 360 gói.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	3 3đ	Từ GT suy ra $\frac{2a+b+c+d}{a} - 1 = \frac{a+2b+c+d}{a+b+c+d} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{a+b+c+d} - 1$ $\Rightarrow \frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d} = \frac{4(a+b+c+d)}{a+b+c+d}$ TH1: $a+b+c+d = 0$ thì $a=b=c=d \Rightarrow Q = 4$ TH2: $a+b+c+d$ khác 0 thì $(a+b) = -(c+d)$ $\Rightarrow Q = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = -4$ KL	0,25 0,25 0,25 0,25
	2 1,0đ	a) Tìm được $x = \frac{-3}{5}$ Và KL b) $x^3 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 2) = 0$ Tìm được $x = 0, x = \sqrt{2}; x = -\sqrt{2}$	0,5 0,25 0,25

		Ý b này nếu thiếu 1 giá trị chỉ cho 0,25	
	3 1đ	$P(x) = ax^2 + bx + c$ $P(0) = 1 \Rightarrow c = 1$ $P(-1) = -1 \Rightarrow a - b + c = -1 \Rightarrow a - b = -2 \quad (1)$ $P(1) = 3 \Rightarrow a + b + c = 3 \Rightarrow a + b = 2 \quad (1)$ Từ (1) và (2) tìm được $a = 0, b = 2$. Đa thức $P(x) = 2x + 1$	0,25 0,25 0,25 0,25
4 8đ	1 6,0đ	a) C/m được $\widehat{EDG} = \widehat{DFG}$. b) C/m $\widehat{DEI} = \widehat{FDK}$. (Cùng phụ với góc EDI). C/m $\triangle EID = \triangle DKF$ (cạnh huyền – góc nhọn). $\Rightarrow EI = DK$ - C/m $DG \perp EF$ và $DG = EF$. C/m $\triangle GDK = \triangle GEI$ $\Rightarrow GK = GI$ và $\widehat{DGK} = \widehat{EGI}$. C/m $\widehat{DGI} = 90^\circ$ Do đó $\triangle IGK$ vuông cân tại G	2đ 0,5 1,0 0,5 0,75 0,75 0,5
	2 2đ		

		Trên tia đối của tia IM lấy điểm K sao cho $IK = IM$. C/m $PK \parallel MN$ và $PK = MN$ C/m $\widehat{QMR} = \widehat{MPK}$. C/m $\Delta MPK = \Delta RMQ$ (c.g.c). $\Rightarrow MK = QR$ Mà $MK = 2MI \Rightarrow QR = 2MI$	
5 2đ	2,0đ	Vì x là số nguyên dương nên $x^3 + 3x^2 + 5 > x + 3$ Suy ra $5^y > 5^z \Rightarrow y > z$ Ta có $5^y : 5^z \Rightarrow x^3 + 3x^2 + 5 : (x + 3)$ $\Rightarrow (x^3 + 3x^2) + 5 : (x + 3)$ $\Rightarrow x^2(x + 3) + 5 : (x + 3)$ Vì $(x + 3) : (x + 3)$ nên $5 : (x + 3)$ $\Rightarrow (x + 3)$ là ước của 5 $\Rightarrow x + 3 \in \{-5; -1; 1; 5\}$. Mà x nguyên dương nên $x + 3 > 3 \Rightarrow x + 3 = 5 \Rightarrow x = 2$ Tính được $5^y = 2^3 + 3 \cdot 2^2 + 5 = 25$. $\Rightarrow y = 2$. Tính được $z = 1$. Vậy $x = 2, y = 2, z = 1$.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

(Học sinh làm cách khác đúng cho điểm tối đa)