

Câu 1 (4,0 điểm). Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $2023 - (2022 - 2021)^{2020} + (2022 + 1)^0$; b) $\frac{2^7 \cdot 3 + 2^{10}}{13 \cdot 2^7 - 14 \cdot 2^6}$;

c) $1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{200}(1+2+\dots+200)$.

Câu 2 (2,0 điểm). Tìm x , biết:

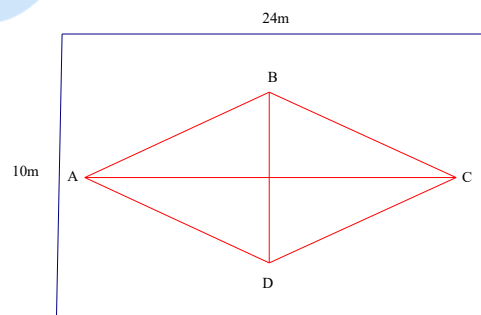
a) $\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{3} + 0,75 = -3\frac{3}{4}$; b) $(2x - 15)^3 = (2^2 \cdot 3^3 - 2^3 \cdot 3^2) : (-36)$.

Câu 3 (2,0 điểm). Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $y(2x - 3) + 2x - 3 = 12$.

Câu 4 (2,0 điểm). Tìm tất cả các cặp số nguyên tố (p, q) thỏa mãn điều kiện $p^2 - 2q^2 = 1$.

Câu 5 (3,0 điểm). Một đội công nhân phải vận chuyển hết số thóc trong kho. Ngày đầu đội đó vận chuyển được $\frac{1}{4}$ số thóc và 15 tấn, ngày thứ hai đội đó vận chuyển được $\frac{5}{9}$ số thóc còn lại và 20 tấn, ngày thứ ba đội đó vận chuyển được 75% số thóc còn lại và 20 tấn cuối cùng. Hỏi kho đó có bao nhiêu tấn thóc?

Câu 6 (2,0 điểm). Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài $24(m)$, chiều rộng $10(m)$. Người ta dự định trồng một bồn hoa hình thoi ở trong mảnh vườn đó (hình 1), biết diện tích bồn hoa chiếm 40% diện tích mảnh vườn. Tính độ dài đường chéo AC , biết $BD = 8(m)$ (thí sinh không cần vẽ lại hình vào bài làm).



Hình 1

Câu 7 (2,0 điểm). Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = a(cm)$, $OB = b(cm)$,

với $b > a > 0$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB với $a = 2; b = 5$.

b) Tìm vị trí của điểm M trên tia Ox sao cho $OM = \frac{1}{2}(a + b)$.

Câu 8 (1,0 điểm). Cho 2023 điểm phân biệt trong đó chỉ có 23 điểm thẳng hàng. Tính số đường thẳng đi qua hai trong 2023 điểm nói trên.

Câu 9 (2,0 điểm). Cho tổng $M = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{2022}{3^{2022}} + \frac{2023}{3^{2023}}$. So sánh M với $\frac{3}{4}$.

.....Hết.....

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

I. Hướng dẫn chung

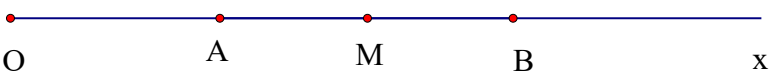
- Trên đây chỉ là hướng dẫn chấm điểm theo bước cho một cách giải.
- Các cách giải khác mà chính xác, giám khảo cho điểm tương ứng.
- Điểm toàn bài thi bằng tổng điểm các câu thành phần (không làm tròn).
- Câu hình (đề bài không chú thích riêng) nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình không chính xác ở ý nào thì không chấm ở ý đó.

II. Đáp án và biểu điểm

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Câu 1 (4,0 điểm). Tính giá trị của các biểu thức sau:			
		$a) 2023 - (2022 - 2021)^{2020} + (2022 + 1)^0;$ $b) \frac{2^7 \cdot 3 + 2^{10}}{13 \cdot 2^7 - 14 \cdot 2^6};$ $c) 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{200}(1+2+\dots+200).$	4,0
1	1a (1,5)	$2023 - (2022 - 2021)^{2020} + (2022 + 1)^0$ $= 2023 - 1^{2020} + 2023^0$ $= 2023 - 1 + 1$ $= 2023$	0,5 0,5 0,5
	1b (1,5)	$\frac{2^7 \cdot 3 + 2^{10}}{13 \cdot 2^7 - 14 \cdot 2^6}$ $= \frac{2^7(3 + 2^3)}{2^6(13 \cdot 2 - 14)}$ $= \frac{2 \cdot (3 + 8)}{26 - 14}$ $= \frac{2 \cdot 11}{12}$ $= \frac{11}{6}$	0,5 0,5 0,25 0,25
	1c (1,0)	Ta có $\frac{1}{n}(1+2+3+\dots+n) = \frac{1}{n} \cdot \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n+1}{2}$ Do đó, ta có: $S = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{200}(1+2+\dots+200)$ $= 1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{201}{2}$	0,25

		$= \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{200}{2} + \frac{200}{2}$ $= \frac{1}{2}(1+2+3+\dots+200)+100$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{200 \cdot (200+1)}{2} + 100$ $= 10150$	0,25 0,25 0,25
Câu 2 (2,0 điểm). Tìm x , biết:			4,0
a) $\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{3} + 0,75 = -3\frac{3}{4};$ b) $(2x - 15)^3 = (2^2 \cdot 3^3 - 2^3 \cdot 3^2) : (-36).$			
2	2a (1,0)	Ta có: $\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{3} + 0,75 = -3\frac{3}{4}$ $\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = -\frac{15}{4}$ $\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{3} = -\frac{9}{2}$ $x - \frac{1}{2} = -\frac{9}{2} \cdot \frac{2}{3}$ $x - \frac{1}{2} = -3$ $x = -\frac{5}{2}$ Vậy $x = -\frac{5}{2}.$	0,25 0,25 0,25
	2b (1,0)	Ta có: $(2x - 15)^3 = (2^2 \cdot 3^3 - 2^3 \cdot 3^2) : (-36)$ $(2x - 15)^3 = 36 : (-36)$ $\Rightarrow (2x - 15)^3 = -1$ $\Rightarrow 2x - 15 = -1$ $\Rightarrow 2x = 14$ $\Rightarrow x = 7$ Vậy $x = 7$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 3 (2,0 điểm). Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $y(2x - 3) + 2x - 3 = 12.$			2,0
		Ta có: $y(2x - 3) + 2x - 3 = 12$ $\Rightarrow (2x - 3)(y + 1) = 12$ Với $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 12 : 2x - 3$ $\Rightarrow 2x - 3 \in U(12), 2x - 3 \text{ là số lẻ}$	0,25 0,25 0,25

3		$\Rightarrow 2x - 3 \in \{-1; 1; -3; 3\}$ $TH1: 2x - 3 = 1, y + 1 = 12 \Rightarrow x = 2, y = 11$ $TH2: 2x - 3 = -1, y + 1 = -12 \Rightarrow x = 1, y = -13$ $TH3: 2x - 3 = 3, y + 1 = 4 \Rightarrow x = 3, y = 3$ $TH4: 2x - 3 = -3, y + 1 = -4 \Rightarrow x = 0, y = -5$ Vậy các cặp số nguyên (x, y) cần tìm là: $(2; 11); (1; -13); (3; 3); (0; -5)$.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 4 (2,0 điểm). Tìm tất cả các số nguyên tố p, q thỏa mãn điều kiện $p^2 - 2q^2 = 1$.			2,0
4		+ Nếu p, q đều không chia hết cho 3 thì $p^2 \equiv 1 \pmod{3}, q^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 2q^2 \equiv -1 \pmod{3}$ vô lý. Do đó trong hai số p, q phải có một số bằng 3. +) Nếu $p = 3 \Rightarrow 9 - 2q^2 = 1 \Leftrightarrow q^2 = 4 \Leftrightarrow q = 2$. Do đó $(p, q) = (3; 2)$. +) Nếu $q = 3 \Rightarrow p^2 - 18 = 1 \Leftrightarrow p^2 = 19$ vô lý. Vậy $(p, q) = (3; 2)$.	1,0 0,5 0,5
Câu 5 (3,0 điểm). Một đội công nhân phải vận chuyển hết số thóc trong kho. Ngày đầu đội đó vận chuyển được $\frac{1}{4}$ số thóc và 15 tấn, ngày thứ hai đội đó vận chuyển được $\frac{5}{9}$ số thóc còn lại và 20 tấn, ngày thứ 3 đội đó vận chuyển được 75% số thóc còn lại và 20 tấn cuối cùng. Hỏi kho đó có bao nhiêu tấn thóc?			2,0
5		20 tấn ứng với $100\% - 75\% = 25\%$ (số thóc của ngày thứ ba). Ngày thứ 3 đội vận chuyển được: $20 : 25\% = 80$ (tấn). Suy ra, $80 + 20 = 100$ (tấn) ứng với: $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ (số thóc còn lại sau ngày thứ nhất). Số thóc còn lại sau ngày thứ nhất là: $100 : \frac{4}{9} = 225$ (tấn). Do đó, $225 + 15 = 240$ (tấn) ứng với: $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ (số thóc trong kho). Vậy kho có số thóc là: $240 : \frac{3}{4} = 320$ (tấn).	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 6 (2,0 điểm). Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài $24m$, chiều rộng $10m$. Người ta dự định trồng một bồn hoa hình thoi ở trong mảnh vườn đó (hình 1), biết diện tích bồn hoa chiếm 40% diện tích mảnh vườn. Tính độ dài đường chéo AC , biết $BD = 8m$ (thí sinh không cần vẽ lại hình vào bài làm).			2,0
6		Diện tích mảnh vườn là: $24 \cdot 10 = 240 (m^2)$. Diện tích bồn hoa $ABCD$ là: $240 \cdot 40\% = 96 (m^2)$. Ta có	0,5 0,25

		$\frac{1}{2}AC.BD = 96$ $\Rightarrow AC.8 = 192$ $\Rightarrow AC = 24$ Vậy $AC = 24(m)$.	0,5 0,25 0,25 0,25
Câu 7 (2,0 điểm). Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = a(cm), OB = b(cm), b > a > 0$ a) Tính độ dài đoạn thẳng AB với $a = 2, b = 5$. b) Tìm vị trí của điểm M trên tia Ox sao cho $OM = \frac{1}{2}(a + b)$.			
			0,25
7	7a	Vì điểm A nằm giữa hai điểm O và B .	0,25
	(0,75)	Do đó $OA + AB = OB$	0,25
		Thay số, ta có $2 + AB = 5 \Rightarrow AB = 5 - 2 = 3(cm)$	0,25
	7b	$\text{Vì } OM = \frac{1}{2}(a + b)$ $\Rightarrow OM = \frac{a + b}{2} = \frac{2a + b - a}{2} = a + \frac{b - a}{2}$ $= OA + \frac{OB - OA}{2} = OA + \frac{1}{2}AB$ Mặt khác, do A nằm giữa O và M nên $OM = OA + AM \Rightarrow$ $AM = \frac{1}{2}AB.$ Mà M nằm giữa A và B nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB .	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 8 (1,0 điểm). Cho 2023 điểm phân biệt trong đó chỉ có 23 điểm thẳng hàng. Tính số đường thẳng đi qua hai trong 2023 điểm nói trên.			1,0
8		Qua 2023 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng ta vẽ được:	
		$2023.2022 : 2 = 2045253$ (đường thẳng).	0,25
		Do có 23 điểm thẳng hàng nên số đường thẳng bớt đi là: $23.22 : 2 - 1 = 252$ (đường thẳng).	0,5
		Vậy qua 2023 điểm trong đó chỉ có 23 điểm thẳng hàng ta vẽ được: $2045253 - 252 = 2045001$ (đường thẳng).	0,25
Câu 9 (2,0 điểm) Cho tổng $M = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{2022}{3^{2022}} + \frac{2023}{3^{2023}}$. So sánh M với $\frac{3}{4}$.			2,0

9		Ta có : $M = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{2022}{3^{2022}} + \frac{2023}{3^{2023}}$	
		$\Rightarrow 3M = 1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{3^2} + \dots + \frac{2023}{3^{2022}}$	0,25
		$\Rightarrow 3M - M = \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{3^2} + \dots + \frac{2023}{3^{2022}}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{2023}{3^{2023}}\right)$	0,25
		$\Rightarrow 2M = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{2022}} - \frac{2023}{3^{2023}}$	0,25
		Đặt $N = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{2022}} \Rightarrow 3N = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2021}}$	
		$\Rightarrow 3N - N = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2021}}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{2022}}\right)$	0,25
		$\Rightarrow 2N = 1 - \frac{1}{3^{2022}} \Rightarrow N = \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^{2022}}$	0,25
		$\Rightarrow 2M = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^{2022}} - \frac{2023}{3^{2023}} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^{2022}} - \frac{2023}{3^{2023}} < \frac{3}{2} \Rightarrow M < \frac{3}{4}$	0,25
		Vậy $M < \frac{3}{4}$.	0,25
Tổng điểm toàn bài			20,0

-----Hết-----