



Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề 103

**Câu 1.** Cho khối nón có độ dài đường cao  $h$ , độ dài đường sinh  $l$  và bán kính đáy  $r$ . Thể tích  $V$  của khối nón được tính theo công thức nào dưới đây?

A.  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ .

B.  $V = \pi r^2 h$ .

C.  $V = \pi r l$ .

D.  $V = 2\pi r l$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-2)(x-1)^2(x+3)^3$  trên  $\mathbb{R}$ . Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

**Câu 3.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x - e^x$ .

A.  $\int f(x) dx = x^2 - e^x + C$ .

B.  $\int f(x) dx = 2 - e^x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - e^x + C$ .

D.  $\int f(x) dx = x^2 - \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$ .

**Câu 4.** Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm có 10 học sinh là

A.  $10^3$ .

B.  $3^{10}$ .

C.  $C_{10}^3$ .

D.  $A_{10}^3$ .

**Câu 5.** Thể tích  $V$  khối lập phương cạnh  $a\sqrt{6}$  là

A.  $V = 2a^3$ .

B.  $V = 2\sqrt{2}a^3$ .

C.  $V = \sqrt{6}a^3$ .

D.  $V = 6\sqrt{6}a^3$ .

**Câu 6.** Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Tìm  $\int [f(x) + 2023] dx$

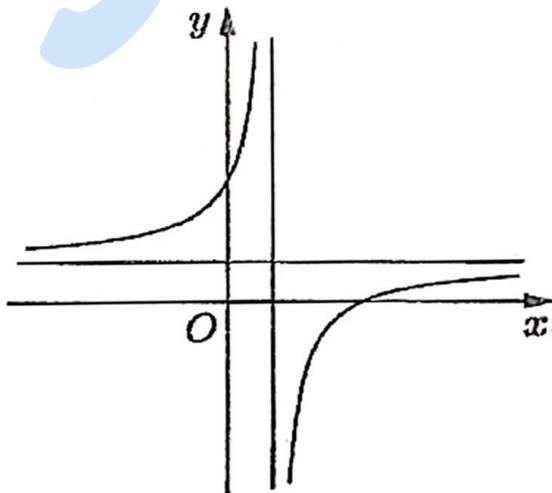
A.  $\int [f(x) + 2023] dx = F(x) + 2023x^2 + C$ .

B.  $\int [f(x) + 2023] dx = F(x) + C$ .

C.  $\int [f(x) + 2023] dx = F(x) + \frac{2023}{2}x^2 + C$ .

D.  $\int [f(x) + 2023] dx = F(x) + 2023x + C$ .

**Câu 7.** Đường cong dưới đây là đồ thị hàm số nào sau đây?



A.  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ .

B.  $y = \frac{x-3}{x-1}$ .

C.  $y = \frac{x+3}{x+1}$ .

D.  $y = x^3 + 3x^2 + 2$ .

**Câu 8.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ .

A.  $\int f(x)dx = -\cot x + C$ .

B.  $\int f(x)dx = \cot x + C$ .

C.  $\int f(x)dx = \frac{-1}{\sin x} + C$ .

D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{\sin x} + C$ .

**Câu 9.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-5}$  có đường tiệm cận đứng là  $x = a$  và đường tiệm cận ngang là  $y = b$ . Tính  $a+b$ .

A. 7.

B. -3.

C. 3.

D. -7.

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;0)$ ,  $B(3;-2;-6)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  sao cho  $\overline{OM} = \overline{AB}$ .

A.  $M(1;-2;-3)$ .

B.  $M(2;0;-3)$ .

C.  $M(2;-4;-6)$ .

D.  $M(-2;4;6)$ .

**Câu 11.** Thể tích  $V$  khối lăng trụ có diện tích đáy  $B = 6(\text{cm}^2)$  và chiều cao  $h = 2(\text{cm})$  là

A.  $V = 6(\text{cm}^3)$ .

B.  $V = 24(\text{cm}^3)$ .

C.  $V = 12(\text{cm}^3)$ .

D.  $V = 4(\text{cm}^3)$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên dưới đây. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

$x$	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$		↗ 3		↘ -1		↗ $+\infty$

A.  $(1; +\infty)$ .

B.  $(-1; +\infty)$ .

C.  $(-\infty; 1)$ .

D.  $(-2; 1)$ .

**Câu 13.** Diện tích  $S$  của mặt cầu bán kính  $R = 2(\text{cm})$  là

A.  $S = \frac{32\pi}{3}(\text{cm}^2)$ .

B.  $S = \frac{16\pi}{3}(\text{cm}^2)$ .

C.  $S = 16\pi(\text{cm}^2)$ .

D.  $S = 32\pi(\text{cm}^2)$ .

**Câu 14.** Trên khoảng  $(0; +\infty)$  hàm số  $y = x^{\sqrt{3}}$  có đạo hàm là

A.  $y' = x^{\sqrt{3}-1}$ .

B.  $y' = \sqrt{3}x^{\sqrt{3}}$ .

C.  $y' = \sqrt{3}x^{\sqrt{3}-1}$ .

D.  $y' = x^{\sqrt{3}} \ln x$ .

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2;0;-3)$  và bán kính  $R = 5$  là

A.  $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$ .

B.  $(x-2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$ .

C.  $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$ .

D.  $(x-2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$ .

**Câu 16.** Tính giá trị cực tiểu  $y_{CT}$  của hàm số  $y = e^{x^3-3x^2}$ .

A.  $y_{CT} = e^{-4}$ .

B.  $y_{CT} = e^4$ .

C.  $y_{CT} = e^2$ .

D.  $y_{CT} = e^{-2}$ .

**Câu 17.** Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\log_2(x-1) = 3$  là

A.  $S = \{7\}$ .

B.  $S = \{10\}$ .

C.  $S = \{9\}$ .

D.  $S = \{8\}$ .

**Câu 18.** Trên khoảng  $(0; +\infty)$  hàm số  $y = x^2 - \log_5 x$  có đạo hàm là

A.  $y' = 2x + \frac{1}{x}$ .

B.  $y' = 2x - \frac{1}{x}$ .

C.  $y' = 2x - \frac{1}{x \ln 5}$ .

D.  $y' = 2x + \frac{1}{x \ln 5}$ .

**Câu 19.** Nghiệm của bất phương trình  $2^x > 4$  là

A.  $x < -2$ .

B.  $x < 2$ .

C.  $x > -2$ .

D.  $x > 2$ .

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên dưới đây?

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	
$y'$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$	$-3$	$3$	$-\infty$	

Hỏi phương trình  $2f(x) + 5 = 0$  có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 1.                                      D. 0.

**Câu 21.** Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có thể tích  $V$  và  $M$  là trung điểm cạnh  $AA'$ . Thể tích khối chóp  $M.BCB'$  là

- A.  $\frac{V}{6}$ .                                      B.  $\frac{V}{4}$ .                                      C.  $\frac{V}{2}$ .                                      D.  $\frac{V}{3}$ .

**Câu 22.** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$  trên  $(0; +\infty)$  sao cho  $F(1) = 0$ . Tính  $F(2)$ .

- A.  $F(2) = 3 + \ln 2$ .                      B.  $F(2) = 3 - \ln 2$ .                      C.  $F(2) = 5 + \ln 2$ .                      D.  $F(2) = 5 - \ln 2$ .

**Câu 23.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 3$ . Tìm số hạng thứ 3 của cấp số cộng.

- A.  $u_3 = 8$ .                                      B.  $u_3 = 11$ .                                      C.  $u_3 = 7$ .                                      D.  $u_3 = 9$ .

**Câu 24.** Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh  $a$ . Thể tích khối nón đã cho bằng

- A.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$ .                                      B.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$ .                                      C.  $\frac{\pi a^3}{24}$ .                                      D.  $\frac{\pi a^3}{8}$ .

**Câu 25.** Một khối cầu có thể tích  $V = 36\pi \text{ cm}^3$ . Hỏi bán kính  $R$  của khối cầu bằng bao nhiêu?

- A.  $R = \sqrt{6} \text{ cm}$ .                              B.  $R = 3 \text{ cm}$ .                                      C.  $R = \sqrt{3} \text{ cm}$ .                                      D.  $R = 6 \text{ cm}$ .

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên dưới đây

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$3$	$-1$	$+\infty$	

Hỏi đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{f(x) - 2}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 5.                                      D. 4.

**Câu 27.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

- A.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$ .                                      B.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ .                                      C.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$ .                                      D.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$  và thể tích khối chóp  $\frac{a^3}{4}$ . Tính khoảng cách từ  $S$  đến mặt phẳng  $(ABC)$ .

- A.  $2a\sqrt{3}$ .                                      B.  $a\sqrt{3}$ .                                      C.  $a$ .                                      D.  $3a$ .

**Câu 29.** Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy  $r = a$  và diện tích xung quanh  $S_{xq} = 4\pi a^2$ . Tính thể tích của khối trụ đã cho.

- A.  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .                      B.  $4\pi a^3$ .                      C.  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .                      D.  $2\pi a^3$ .

**Câu 30.** Một vật chuyển động với vận tốc  $v(t) = 3t^2 + 6t$  (m/s), biết rằng tại thời điểm  $t = 1$  (giây) vật đi được quãng đường là 4 (mét). Hỏi tại thời điểm  $t = 3$  (giây) vật đi được quãng đường bao nhiêu mét?

- A. 45(m).                      B. 21(m).                      C. 54(m).                      D. 12(m).

**Câu 31.** Cho khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$  và đường thẳng  $A'B$  hợp với mặt đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- A.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .                      B.  $V = \sqrt{3}a^3$ .                      C.  $V = \frac{3a^3}{4}$ .                      D.  $V = \frac{a^3}{4}$ .

**Câu 32.** Cho phương trình  $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 7 = 0$ . Khi đặt  $t = 3^x$  thì phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

- A.  $9t^2 - 10t + 7 = 0$ .                      B.  $t^2 - 10t + 7 = 0$ .                      C.  $3(2t) - 10t + 7 = 0$ .                      D.  $3t^2 - 10t + 7 = 0$ .

**Câu 33.** Với mọi cặp số dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log a + 3 \log b - 1 = 0$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $ab^3 = 1$ .                      B.  $ab^3 = 10$ .                      C.  $a + b^3 = 10$ .                      D.  $a + 3b = 10$ .

**Câu 34.** Giải bóng đá ngoại hạng Anh gồm 20 đội bóng tham gia, biết rằng mỗi đội bóng phải đá với mỗi đội bóng còn lại 2 trận (1 trận sân nhà và 1 trận sân khách). Hỏi kết thúc mùa giải ban tổ chức phải tổ chức bao nhiêu trận đấu?

- A.  $2^9$ .                      B. 380.                      C. 190.                      D.  $2^{10}$ .

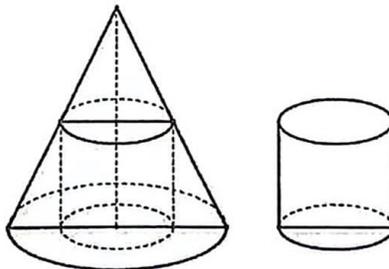
**Câu 35.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = xe^{-x}$  trên đoạn  $[0; 2]$ .

- A.  $e$ .                      B.  $\frac{2}{e^2}$ .                      C.  $2e^2$ .                      D.  $\frac{1}{e}$ .

**Câu 36.** Cho hàm số  $y = x^3 - 2(m+1)x^2 + (5m+1)x - 2m - 2$  có đồ thị là  $(C_m)$ ,  $m$  với là tham số. Tập  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của  $m$  và  $m \in (-2024; 2024)$  để  $(C_m)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt  $A(2; 0)$ ,  $B, C$  sao cho trong hai điểm  $B, C$  có một điểm nằm trong và một điểm nằm ngoài đường tròn có phương trình  $x^2 + y^2 = 1$ . Tính số các phần tử của  $S$ .

- A. 4044.                      B. 2022.                      C. 2021.                      D. 4042.

**Câu 37.** Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng  $r = 2m$ , chiều cao  $h = 6m$ . Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi  $V$  là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính  $V$ .



- A.  $V = \frac{32\pi}{9} (m^3)$ .                      B.  $V = \frac{32\pi}{3} (m^3)$ .                      C.  $V = \frac{32\pi}{27} (m^3)$ .                      D.  $V = \frac{32\pi}{5} (m^3)$ .

Câu 38. Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn hệ thức  $\int f(x) \sin x dx = -f(x) \cos x + \int \pi^x \cos x dx$ . Hỏi  $y = f(x)$  là hàm số nào trong các hàm số sau?

- A.  $f(x) = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$ .      B.  $f(x) = \pi^x \cdot \ln \pi$ .      C.  $f(x) = -\pi^x \cdot \ln \pi$ .      D.  $f(x) = -\frac{\pi^x}{\ln \pi}$ .

Câu 39. Cho phương trình  $\left(\log_3\left(\frac{x}{3}\right)\right)^2 + 3m \log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0$ , ( $m$  là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  lớn hơn  $-2024$  sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 > 10$ ?

- A. 2022.      B. 2024.      C. 2023.      D. 2021.

Câu 40. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$  luôn đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ ?

- A. 18.      B. 19.      C. 21.      D. 20.

Câu 41. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $H$  là điểm trên cạnh  $SD$  sao cho  $5SH = 3SD$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $B, H$  và song song với đường thẳng  $AC$  cắt hai cạnh  $SA, SC$  lần lượt tại  $E, F$ . Tính tỉ số thể tích  $\frac{V_{C.BEHF}}{V_{S.ABCD}}$ .

- A.  $\frac{1}{7}$ .      B.  $\frac{6}{35}$ .      C.  $\frac{3}{20}$ .      D.  $\frac{1}{6}$ .

Câu 42. Biết  $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$  là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+4}{x+1}$  sao cho độ dài đoạn thẳng  $AB$  nhỏ nhất. Tính  $P = y_A^2 + y_B^2 - x_A x_B$ .

- A. 10.      B. 6.      C.  $10 - \sqrt{3}$ .      D.  $6 - 2\sqrt{3}$ .

Câu 43. Tính số nghiệm của phương trình  $4^{\log_3 x} + 2^{\log_3 x} = 2x$ .

- A. 0.      B. 2.      C. 1.      D. 3.

Câu 44. Một cốc nước có dạng hình trụ đựng nước chiều cao  $12\text{cm}$ , đường kính đáy  $4\text{cm}$ , lượng nước trong cốc cao  $8\text{cm}$ . Thả vào cốc nước 4 viên bi khối cầu có cùng đường kính  $2\text{cm}$ . Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu xăng-ti-mét? (làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân, bỏ qua độ dày của cốc).

- A.  $2,33\text{cm}$ .      B.  $2,25\text{cm}$ .      C.  $2,75\text{cm}$ .      D.  $2,67\text{cm}$ .

Câu 45. Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-2; 3; 1), B(2; 1; 0), C(-3; -1; 1)$ . Tìm tất cả các điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình thang có đáy  $AD$  và diện tích hàng thang  $ABCD$  gấp bốn lần diện tích tam giác  $ABC$ .

- A.  $D(13; 9; -2)$ .      B.  $D(-17; -3; 4)$ .      C.  $\begin{bmatrix} D(13; -3; 4) \\ D(13; 9; -2) \end{bmatrix}$ .      D.  $\begin{bmatrix} D(13; 9; -2) \\ D(-17; -3; 4) \end{bmatrix}$ .

Câu 46. Tính số nghiệm của bất phương trình sau  $\log_2(\sqrt{x-2} + 4) \leq \log_3\left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + 8\right)$

- A. 0.      B. Vô số.      C. 1.      D. 2.

Câu 47. Cho hình chóp  $S.ABCD$  biết  $A(-2; 2; 6), B(-3; 1; 8), C(-1; 0; 7), D(1; 2; 3)$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $CD$ ,  $SH \perp (ABCD)$ . Để khối chóp  $S.ABCD$  có thể tích bằng  $15$  (đvtt) thì có hai điểm  $S_1, S_2$  sao cho  $S \equiv S_1, S \equiv S_2$ . Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của  $S_1 S_2$

- A.  $I(1; 0; 3)$       B.  $I(0; 1; 5)$ .      C.  $I(-1; 0; -3)$ .      D.  $I(0; -1; -3)$ .

**Câu 48.** Cho hình chóp  $S.ABC$  với  $SA = 2; BC = 2$ . Một hình cầu bán kính 4 tiếp xúc với mặt phẳng  $(ABC)$  tại  $C$ , tiếp xúc với  $SA$  tại  $S$  và cắt  $SB$  tại điểm thứ hai  $D$  sao cho  $CD$  đi qua tâm của hình cầu. Tính thể tích hình chóp  $S.ABC$

- A.  $\frac{8}{3}$ .                      B.  $\frac{8\sqrt{3}}{51}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{12}$ .                      D.  $\frac{16}{17}$ .

**Câu 49.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $N$  thuộc cạnh  $CD$  thỏa  $\frac{CN}{CD} = \frac{1}{3}$ . Mặt phẳng  $(A'MN)$  chia khối lập phương thành hai khối đa diện, gọi  $(H)$  là khối đa diện chứa điểm  $A$ . Tính thể tích của khối đa  $(H)$  theo  $a$ .

- A.  $\frac{53a^3}{137}$                       B.  $\frac{55a^3}{144}$                       C.  $\frac{47a^3}{154}$                       D.  $\frac{65a^3}{113}$

**Câu 50.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x\sqrt{x^4 + 1}}$  với  $x > 0$  thỏa mãn  $F(1) = 1$ . Biết

$$F(2) = \ln\left(\frac{a + \sqrt{b}}{2\sqrt{2}}\right) + 1, \text{ với } a, b, c \text{ là các số nguyên dương. Tính } a + b.$$

- A. 37.                      B. 20.                      C. 17.                      D. 30.

----- HẾT -----

- Học sinh không được sử dụng tài liệu, thiết bị điện tử khi làm bài.

- Giám thị không giải thích gì thêm.

Chữ ký của giám thị: .....

Họ, tên thí sinh: .....

Mã đề thi:.....

Số báo danh: .....

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;0)$ ,  $B(3;-2;-6)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  sao cho  $\overline{OM} = \overline{AB}$ .

- A.  $M(2;0;-3)$ .      B.  $M(2;-4;-6)$ .      C.  $M(-2;4;6)$ .      D.  $M(1;-2;-3)$ .

**Câu 2:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-5}$  có đường tiệm cận đứng là  $x = a$  và đường tiệm cận ngang là  $y = b$ . Tính  $a+b$ .

- A. 3.      B. -7.      C. 7.      D. -3.

**Câu 3:** Tính giá trị cực tiểu  $y_{CT}$  của hàm số  $y = e^{x^3-3x^2}$ .

- A.  $y_{CT} = e^{-2}$ .      B.  $y_{CT} = e^4$ .      C.  $y_{CT} = e^2$ .      D.  $y_{CT} = e^{-4}$ .

**Câu 4:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ .

- A.  $\int f(x)dx = \frac{1}{\sin x} + C$ .      B.  $\int f(x)dx = \cot x + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = \frac{-1}{\sin x} + C$ .      D.  $\int f(x)dx = -\cot x + C$ .

**Câu 5:** Thể tích  $V$  khối lăng trụ có diện tích đáy  $B = 6(cm^2)$  và chiều cao  $h = 2(cm)$  là

- A.  $V = 24(cm^3)$ .      B.  $V = 12(cm^3)$ .      C.  $V = 4(cm^3)$ .      D.  $V = 6(cm^3)$ .

**Câu 6:** Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Tìm  $\int [f(x) + 2023] dx$

- A.  $\int [f(x) + 2023] dx = F(x) + 2023x + C$ .      B.  $\int [f(x) + 2023] dx = F(x) + C$ .  
C.  $\int [f(x) + 2023] dx = F(x) + \frac{2023}{2}x^2 + C$ .      D.  $\int [f(x) + 2023] dx = F(x) + 2023x^2 + C$ .

**Câu 7:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$  hàm số  $y = x^{\sqrt{3}}$  có đạo hàm là

- A.  $y' = x^{\sqrt{3}-1}$ .      B.  $y' = \sqrt{3}x^{\sqrt{3}}$ .      C.  $y' = \sqrt{3}x^{\sqrt{3}-1}$ .      D.  $y' = x^{\sqrt{3}} \ln x$ .

**Câu 8:** Cho khối nón có độ dài đường cao  $h$ , độ dài đường sinh  $l$  và bán kính đáy  $r$ . Thể tích  $V$  của khối nón được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ .      B.  $V = \pi r^2 h$ .      C.  $V = \pi r l$ .      D.  $V = 2\pi r l$ .

**Câu 9:** Diện tích  $S$  của mặt cầu bán kính  $R = 2(cm)$  là

- A.  $S = 16\pi(cm^2)$ .      B.  $S = 32\pi(cm^2)$ .      C.  $S = \frac{32\pi}{3}(cm^2)$ .      D.  $S = \frac{16\pi}{3}(cm^2)$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên dưới đây?

$x$	$-\infty$		$-1$		$3$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$+\infty$	↘		$-3$	↗		$3$
							↘ $-\infty$

Hỏi phương trình  $2f(x) + 5 = 0$  có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 1.                                      D. 0.

**Câu 11:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x - e^x$ .

- A.  $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - e^x + C$ .                                      B.  $\int f(x)dx = x^2 - \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$ .  
 C.  $\int f(x)dx = x^2 - e^x + C$ .                                      D.  $\int f(x)dx = 2 - e^x + C$ .

**Câu 12:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$  hàm số  $y = x^2 - \log_5 x$  có đạo hàm là

- A.  $y' = 2x - \frac{1}{x}$ .                                      B.  $y' = 2x - \frac{1}{x \ln 5}$ .                                      C.  $y' = 2x + \frac{1}{x \ln 5}$ .                                      D.  $y' = 2x + \frac{1}{x}$ .

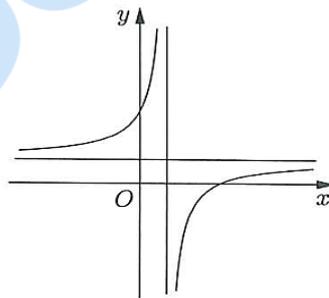
**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-2)(x-1)^2(x+3)^3$  trên  $\mathbb{R}$ . Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3.                                      B. 0.                                      C. 2.                                      D. 1.

**Câu 14:** Thể tích  $V$  khối lập phương cạnh  $a\sqrt{6}$  là

- A.  $V = 2a^3$ .                                      B.  $V = 6\sqrt{6}a^3$ .                                      C.  $V = 2\sqrt{2}a^3$ .                                      D.  $V = \sqrt{6}a^3$ .

**Câu 15:** Đường cong dưới đây là đồ thị hàm số nào sau đây?



- A.  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ .                                      B.  $y = \frac{x-3}{x-1}$ .                                      C.  $y = \frac{x+3}{x+1}$ .                                      D.  $y = x^3 + 3x^2 + 2$ .

**Câu 16:** Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm có 10 học sinh là

- A.  $3^{10}$ .                                      B.  $A_{10}^3$ .                                      C.  $10^3$ .                                      D.  $C_{10}^3$ .

**Câu 17:** Nghiệm của bất phương trình  $2^x > 4$  là

- A.  $x > -2$ .                                      B.  $x < -2$ .                                      C.  $x > 2$ .                                      D.  $x < 2$ .

**Câu 18:** Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\log_2(x-1) = 3$  là

A.  $S = \{10\}$ .

B.  $S = \{8\}$ .

C.  $S = \{7\}$ .

D.  $S = \{9\}$ .

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; 0; -3)$  và bán kính  $R = 5$  là

A.  $(x-2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$ .

B.  $(x-2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$ .

C.  $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$ .

D.  $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên dưới đây. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$3$	$-1$	$+\infty$	

A.  $(-\infty; 1)$ .

B.  $(-2; 1)$ .

C.  $(1; +\infty)$ .

D.  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 21:** Cho phương trình  $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 7 = 0$ . Khi đặt  $t = 3^x$  thì phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

A.  $9t^2 - 10t + 7 = 0$ .

B.  $3t^2 - 10t + 7 = 0$ .

C.  $t^2 - 10t + 7 = 0$ .

D.  $3(2t) - 10t + 7 = 0$ .

**Câu 22:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$  trên  $(0; +\infty)$  sao cho  $F(1) = 0$ . Tính  $F(2)$ .

A.  $F(2) = 5 - \ln 2$ .

B.  $F(2) = 3 + \ln 2$ .

C.  $F(2) = 3 - \ln 2$ .

D.  $F(2) = 5 + \ln 2$ .

**Câu 23:** Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có thể tích  $V$  và  $M$  là trung điểm cạnh  $AA'$ . Thể tích khối chóp  $M.BCB'$  là

A.  $\frac{V}{6}$ .

B.  $\frac{V}{4}$ .

C.  $\frac{V}{2}$ .

D.  $\frac{V}{3}$ .

**Câu 24:** Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy  $r = a$  và diện tích xung quanh  $S_{xq} = 4\pi a^2$ . Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A.  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .

B.  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .

C.  $2\pi a^3$ .

D.  $4\pi a^3$ .

**Câu 25:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 26:** Giải bóng đá ngoại hạng Anh gồm 20 đội bóng tham gia, biết rằng mỗi đội bóng phải đá với mỗi đội bóng còn lại 2 trận (1 trận sân nhà và 1 trận sân khách). Hỏi kết thúc mùa giải ban tổ chức phải tổ chức bao nhiêu trận đấu?

A.  $2^9$ .

B. 190.

C.  $2^{10}$ .

D. 380.

**Câu 27:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = xe^{-x}$  trên đoạn  $[0; 2]$ .

- A.  $e$ .                      B.  $\frac{1}{e}$ .                      C.  $\frac{2}{e^2}$ .                      D.  $2e^2$ .

**Câu 28:** Một vật chuyển động với vận tốc  $v(t) = 3t^2 + 6t$  (m/s), biết rằng tại thời điểm  $t = 1$  (giây) vật đi được quãng đường là 4 (mét). Hỏi tại thời điểm  $t = 3$  (giây) vật đi được quãng đường bao nhiêu mét?

- A. 21 (m).                      B. 54 (m).                      C. 12 (m).                      D. 45 (m).

**Câu 29:** Một khối cầu có thể tích  $V = 36\pi$  cm<sup>3</sup>. Hỏi bán kính  $R$  của khối cầu bằng bao nhiêu?

- A.  $R = 6$  cm.                      B.  $R = \sqrt{6}$  cm.                      C.  $R = 3$  cm.                      D.  $R = \sqrt{3}$  cm.

**Câu 30:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên dưới đây

$x$	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$		↗ 3		↘ -1		↗ $+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{f(x)-2}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4.                      B. 3.                      C. 5.                      D. 2.

**Câu 31:** Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh  $a$ . Thể tích khối nón đã cho bằng

- A.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$ .                      B.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$ .                      C.  $\frac{\pi a^3}{24}$ .                      D.  $\frac{\pi a^3}{8}$ .

**Câu 32:** Với mọi cặp số dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log a + 3 \log b - 1 = 0$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $ab^3 = 1$ .                      B.  $ab^3 = 10$ .                      C.  $a + b^3 = 10$ .                      D.  $a + 3b = 10$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$  và thể tích khối chóp  $\frac{a^3}{4}$ . Tính khoảng cách từ  $S$  đến mặt phẳng  $(ABC)$ .

- A.  $a\sqrt{3}$ .                      B.  $a$ .                      C.  $3a$ .                      D.  $2a\sqrt{3}$ .

**Câu 34:** Cho khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$  và đường thẳng  $A'B$  hợp với mặt đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- A.  $V = \frac{3a^3}{4}$ .                      B.  $V = \frac{a^3}{4}$ .                      C.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .                      D.  $V = \sqrt{3}a^3$ .

- Câu 35:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 3$ . Tìm số hạng thứ 3 của cấp số cộng.
- A.  $u_3 = 7$ .                      B.  $u_3 = 9$ .                      C.  $u_3 = 8$ .                      D.  $u_3 = 11$ .
- Câu 36:** Một cốc nước có dạng hình trụ đựng nước chiều cao 12cm, đường kính đáy 4cm, lượng nước trong cốc cao 8cm. Thả vào cốc nước 4 viên bi khối cầu có cùng đường kính 2cm. Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu xăng-ti-mét? (làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân, bỏ qua độ dày của cốc).
- A. 2,33cm.                      B. 2,25cm.                      C. 2,75cm.                      D. 2,67cm.
- Câu 37:** Cho phương trình  $\left(\log_3\left(\frac{x}{3}\right)\right)^2 + 3m\log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0$ , ( $m$  là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  lớn hơn -2024 sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 > 10$ ?
- A. 2023.                      B. 2021.                      C. 2022.                      D. 2024.
- Câu 38:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$  luôn đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ ?
- A. 20.                      B. 18.                      C. 19.                      D. 21.
- Câu 39:** Biết  $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$  là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+4}{x+1}$  sao cho độ dài đoạn thẳng  $AB$  nhỏ nhất. Tính  $P = y_A^2 + y_B^2 - x_A x_B$ .
- A. 6.                      B.  $10 - \sqrt{3}$ .                      C.  $6 - 2\sqrt{3}$ .                      D. 10.
- Câu 40:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-2; 3; 1), B(2; 1; 0), C(-3; -1; 1)$ . Tìm tất cả các điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình thang có đáy  $AD$  và diện tích hình thang  $ABCD$  gấp bốn lần diện tích tam giác  $ABC$ .
- A.  $D(-17; -3; 4)$ .                      B.  $\begin{bmatrix} D(13; -3; 4) \\ D(13; 9; -2) \end{bmatrix}$ .                      C.  $\begin{bmatrix} D(13; 9; -2) \\ D(-17; -3; 4) \end{bmatrix}$ .                      D.  $D(13; 9; -2)$ .
- Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $H$  là điểm trên cạnh  $SD$  sao cho  $5SH = 3SD$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $B, H$  và song song với đường thẳng  $AC$  cắt hai cạnh  $SA, SC$  lần lượt tại  $E, F$ . Tính tỉ số thể tích  $\frac{V_{C.BEHF}}{V_{S.ABCD}}$ .
- A.  $\frac{6}{35}$ .                      B.  $\frac{1}{6}$ .                      C.  $\frac{1}{7}$ .                      D.  $\frac{3}{20}$ .
- Câu 42:** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn hệ thức  $\int f(x) \sin x dx = -f(x) \cos x + \int \pi^x \cos x dx$ . Hỏi  $y = f(x)$  là hàm số nào trong các hàm số sau?



**Câu 49:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  biết  $A(-2; 2; 6), B(-3; 1; 8), C(-1; 0; 7), D(1; 2; 3)$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $CD, SH \perp (ABCD)$ . Để khối chóp  $S.ABCD$  có thể tích bằng  $15$  (đvtt) thì có hai điểm  $S_1, S_2$  sao cho  $S \equiv S_1, S \equiv S_2$ . Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của  $S_1S_2$

- A.  $I(0; -1; -3)$ .      B.  $I(1; 0; 3)$ .      C.  $I(0; 1; 5)$ .      D.  $I(-1; 0; -3)$ .

**Câu 50:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x\sqrt{x^4 + 1}}$  với  $x > 0$  thỏa mãn  $F(1) = 1$ . Biết

$$F(2) = \ln\left(\frac{a + \sqrt{b}}{2\sqrt{2}}\right) + 1, \text{ với } a, b, c \text{ là các số nguyên dương. Tính } a + b.$$

- A. 17.      B. 30.      C. 37.      D. 20.

----- HẾT -----



## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1B	2C	3D	4D	5B	6A	7C	8A	9A	10B	11C	12B	13C	14B	15B
16D	17C	18D	19A	20D	21B	22B	23D	24C	25D	26D	27B	28B	29C	30A
31A	32B	33A	34A	35C	36D	37A	38A	39D	40C	41D	42B	43A	44B	45C
46A	47D	48C	49C	50D										

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;0)$ ,  $B(3;-2;-6)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  sao cho  $\overline{OM} = \overline{AB}$ .

- A.  $M(2;0;-3)$ .      **B.  $M(2;-4;-6)$ .**      C.  $M(-2;4;6)$ .      D.  $M(1;-2;-3)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\overline{OM} = \overline{AB} = (2; -4; -6) \Rightarrow M(2; -4; -6)$ .

**Câu 2:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-5}$  có đường tiệm cận đứng là  $x = a$  và đường tiệm cận ngang là  $y = b$ . Tính  $a + b$ .

- A. 3.      B. -7.      **C. 7.**      D. -3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-5}$  có tiệm cận ngang  $y = 2 = b$  và tiệm cận đứng  $x = 5 = a$ .

Vậy  $a + b = 7$ . Vân Phan

**Câu 3:** Tính giá trị cực tiểu  $y_{CT}$  của hàm số  $y = e^{x^3-3x^2}$ .

- A.  $y_{CT} = e^{-2}$ .      B.  $y_{CT} = e^4$ .      C.  $y_{CT} = e^2$ .      **D.  $y_{CT} = e^{-4}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y = e^{x^3-3x^2} \Rightarrow y' = (3x^2 - 6x) \cdot e^{x^3-3x^2} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Từ đó ta có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$y'$	+	0	-	0
$y$	$-\infty$	↗ 1	↘ $e^{-4}$	↗ $+\infty$

Vậy giá trị cực tiểu của hàm số là  $y_{CT} = e^{-4}$ .

**Câu 4:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ .

- A.  $\int f(x)dx = \frac{1}{\sin x} + C$ .      B.  $\int f(x)dx = \cot x + C$ .

C.  $\int f(x)dx = \frac{-1}{\sin x} + C$ . **D.  $\int f(x)dx = -\cot x + C$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $\int f(x)dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ .

**Câu 5:** Thể tích  $V$  khối lăng trụ có diện tích đáy  $B = 6(cm^2)$  và chiều cao  $h = 2(cm)$  là

A.  $V = 24(cm^3)$ . **B.  $V = 12(cm^3)$ .** C.  $V = 4(cm^3)$ . D.  $V = 6(cm^3)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $V = B.h = 6.2 = 12(cm^3)$

**Câu 6:** Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Tìm  $\int [f(x) + 2023] dx$

**A.**  $\int [f(x) + 2023] dx = F(x) + 2023x + C$ . **B.**  $\int [f(x) + 2023] dx = F(x) + C$ .  
**C.**  $\int [f(x) + 2023] dx = F(x) + \frac{2023}{2} x^2 + C$ . **D.**  $\int [f(x) + 2023] dx = F(x) + 2023x^2 + C$ .

Lời giải

**Chọn A**

**Câu 7:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$  hàm số  $y = x^{\sqrt{3}}$  có đạo hàm là

A.  $y' = x^{\sqrt{3}-1}$ . **B.  $y' = \sqrt{3}x^{\sqrt{3}}$ .** **C.**  $y' = \sqrt{3}x^{\sqrt{3}-1}$ . D.  $y' = x^{\sqrt{3}} \ln x$ .

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 8:** Cho khối nón có độ dài đường cao  $h$ , độ dài đường sinh  $l$  và bán kính đáy  $r$ . Thể tích  $V$  của khối nón được tính theo công thức nào dưới đây?

**A.**  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ . **B.**  $V = \pi r^2 h$ . **C.**  $V = \pi r l$ . **D.**  $V = 2\pi r l$ .

Lời giải

**Chọn A**

**Câu 9:** Diện tích  $S$  của mặt cầu bán kính  $R = 2(cm)$  là

**A.**  $S = 16\pi (cm^2)$ . **B.**  $S = 32\pi (cm^2)$ . **C.**  $S = \frac{32\pi}{3} (cm^2)$ . **D.**  $S = \frac{16\pi}{3} (cm^2)$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có diện tích của mặt cầu là  $S = 4\pi R^2 = 4\pi.2^2 = 16\pi$

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên dưới đây?

$x$	$-\infty$		-1		3		$+\infty$		
$y'$		-	0	+	0	-			
$y$	$+\infty$	↘		-3	↗		3	↘	$-\infty$

Hỏi phương trình  $2f(x) + 5 = 0$  có bao nhiêu nghiệm?

A. 2.

**B. 3.**

C. 1.

D. 0.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } 2f(x) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{5}{2}$$

Từ bảng biến thiên ta thấy, phương trình có 3 nghiệm phân biệt

**Câu 11:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x - e^x$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - e^x + C.$

B.  $\int f(x)dx = x^2 - \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$

**C.**  $\int f(x)dx = x^2 - e^x + C.$

D.  $\int f(x)dx = 2 - e^x + C.$

Lời giải

**Chọn C**

$$\int f(x)dx = \int (x^2 - e^x) dx = x^2 - e^x + C.$$

**Câu 12:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$  hàm số  $y = x^2 - \log_5 x$  có đạo hàm là

A.  $y' = 2x - \frac{1}{x}.$

**B.**  $y' = 2x - \frac{1}{x \ln 5}.$

C.  $y' = 2x + \frac{1}{x \ln 5}.$

D.  $y' = 2x + \frac{1}{x}.$

Lời giải

**Chọn B**

$$y = x^2 - \log_5 x \Rightarrow y' = 2x - \frac{1}{x \cdot \ln 5}.$$

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-2)(x-1)^2(x+3)^3$  trên  $\mathbb{R}$ . Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

**B. 0.**

**C.** 2.

D. 1.

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Trong các nghiệm trên thì  $x = 2; x = -3$  là nghiệm đơn;  $x = 1$  là nghiệm kép.

Do đó hàm số  $y = f(x)$  có 2 điểm cực trị.

**Câu 14:** Thể tích  $V$  khối lập phương cạnh  $a\sqrt{6}$  là

A.  $V = 2a^3.$

**B.**  $V = 6\sqrt{6}a^3.$

C.  $V = 2\sqrt{2}a^3.$

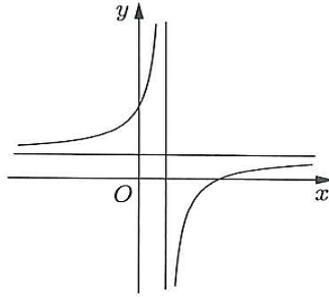
D.  $V = \sqrt{6}a^3.$

Lời giải

**Chọn B**

Thể tích  $V$  khối lập phương cạnh  $a\sqrt{6}$  là  $V = 6a^3\sqrt{6}.$

**Câu 15:** Đường cong dưới đây là đồ thị hàm số nào sau đây?



- A.  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ .      **B.**  $y = \frac{x-3}{x-1}$ .      C.  $y = \frac{x+3}{x+1}$ .      D.  $y = x^3 + 3x^2 + 2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $y = 1$ ; tiệm cận đứng là  $x = 1$  nên chọn đáp án **B.**

**Câu 16:** Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm có 10 học sinh là

- A.  $3^{10}$ .      B.  $A_{10}^3$ .      C.  $10^3$ .      **D.**  $C_{10}^3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 17:** Nghiệm của bất phương trình  $2^x > 4$  là

- A.  $x > -2$ .      B.  $x < -2$ .      **C.**  $x > 2$ .      D.  $x < 2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $2^x > 4 \Leftrightarrow 2^x > 2^2 \Leftrightarrow x > 2$ .

Vậy bất phương trình có nghiệm  $x > 2$ .

**Câu 18:** Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\log_2(x-1) = 3$  là

- A.  $S = \{10\}$ .      B.  $S = \{8\}$ .      C.  $S = \{7\}$ .      **D.**  $S = \{9\}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 8 \Leftrightarrow x = 9$ .

Vậy tập nghiệm của phương trình  $S = \{9\}$ .

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2;0;-3)$  và bán kính  $R = 5$  là

- A.**  $(x-2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$ .      B.  $(x-2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$ .  
C.  $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$ .      D.  $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên dưới đây. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$3$	$-1$	$+\infty$	

- A.  $(-\infty; 1)$ .      B.  $(-2; 1)$ .      C.  $(1; +\infty)$ .      D.  $(-1; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 21:** Cho phương trình  $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 7 = 0$ . Khi đặt  $t = 3^x$  thì phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

- A.  $9t^2 - 10t + 7 = 0$ .      B.  $3t^2 - 10t + 7 = 0$ .      C.  $t^2 - 10t + 7 = 0$ .      D.  $3(2t) - 10t + 7 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 7 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 7 = 0 \Rightarrow 3t^2 - 10t + 7 = 0$ .

**Câu 22:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$  trên  $(0; +\infty)$  sao cho  $F(1) = 0$ . Tính  $F(2)$ .

- A.  $F(2) = 5 - \ln 2$ .      B.  $F(2) = 3 + \ln 2$ .      C.  $F(2) = 3 - \ln 2$ .      D.  $F(2) = 5 + \ln 2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $F(x) = \int \left( 2x + \frac{1}{x} \right) dx = x^2 + \ln x + C$ .

Vì  $F(1) = 0$  nên  $C = -1$ .

Suy ra  $F(x) = x^2 + \ln x - 1 \Rightarrow F(2) = \ln 2 + 3$ .

**Câu 23:** Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có thể tích  $V$  và  $M$  là trung điểm cạnh  $AA'$ . Thể tích khối chóp  $M.BCB'$  là

- A.  $\frac{V}{6}$ .      B.  $\frac{V}{4}$ .      C.  $\frac{V}{2}$ .      D.  $\frac{V}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$V_{M.BCB'} = \frac{1}{2} V_{M.BCB'C'} = \frac{1}{2} V_{A.BCB'C'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{V}{3}$ .

**Câu 24:** Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy  $r = a$  và diện tích xung quanh  $S_{xq} = 4\pi a^2$ . Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A.  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .

B.  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .

C.  $2\pi a^3$ .

D.  $4\pi a^3$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có  $S_{xq} = 2\pi rh = 4\pi a^2 \Leftrightarrow h = \frac{4\pi a^2}{2\pi a} = 2a$ .

Thể tích của khối trụ là  $V = \pi r^2 h = 2\pi a^3$ .

**Câu 25:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

Lời giải

Chọn D

Gọi  $H$  là trung điểm  $AB$ . Suy ra  $SH \perp (ABCD)$  và  $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là  $V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 26:** Giải bóng đá ngoại hạng Anh gồm 20 đội bóng tham gia, biết rằng mỗi đội bóng phải đá với mỗi đội bóng còn lại 2 trận (1 trận sân nhà và 1 trận sân khách). Hỏi kết thúc mùa giải ban tổ chức phải tổ chức bao nhiêu trận đấu?

A.  $2^9$ .

B. 190.

C.  $2^{10}$ .

D. 380.

Lời giải

Chọn D

Số trận đấu ban tổ chức sẽ tổ chức là:  $A_{20}^2 = 380$ .

**Câu 27:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = xe^{-x}$  trên đoạn  $[0; 2]$ .

A.  $e$ .

B.  $\frac{1}{e}$ .

C.  $\frac{2}{e^2}$ .

D.  $2e^2$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có  $y' = e^{-x} - xe^{-x} = e^{-x}(1-x)$ . Cho  $y' = 0 \Leftrightarrow e^{-x}(1-x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ .

Ta có:  $y(0) = 0$ ,  $y(2) = \frac{2}{e^2}$ ,  $y(1) = \frac{1}{e}$ . Vậy  $\max_{[0;2]} y = \frac{1}{e}$ .

**Câu 28:** Một vật chuyển động với vận tốc  $v(t) = 3t^2 + 6t$  ( $m/s$ ), biết rằng tại thời điểm  $t = 1$  (giây) vật đi được quãng đường là 4 (mét). Hỏi tại thời điểm  $t = 3$  (giây) vật đi được quãng đường bao nhiêu mét?

A. 21 (m).

**B. 54 (m).**

C. 12 (m).

D. 45 (m).

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } S = 4 + \int_1^3 (3t^2 + 6t) dt = 4 + 50 = 54 \text{ (m)}.$$

**Câu 29:** Một khối cầu có thể tích  $V = 36\pi \text{ cm}^3$ . Hỏi bán kính  $R$  của khối cầu bằng bao nhiêu?

A.  $R = 6 \text{ cm}$ .

**B.  $R = \sqrt{6} \text{ cm}$ .**

**C.  $R = 3 \text{ cm}$ .**

D.  $R = \sqrt{3} \text{ cm}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow 36\pi = \frac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow R = 3.$$

**Câu 30:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên dưới đây

$x$	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{f(x)-2}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A. 4.**

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( \frac{1}{f(x)-2} \right) = 0$  suy ra đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang  $y = 0$ .

Lại có:  $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$ , theo BBT thì phương trình  $f(x) = 2$  có 3 nghiệm phân biệt. Do đó, đồ thị hàm số có 3 tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

**Câu 31:** Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh  $a$ . Thể tích khối nón đã cho bằng

**A.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$ .**

B.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$ .

C.  $\frac{\pi a^3}{24}$ .

D.  $\frac{\pi a^3}{8}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh  $a$ , suy ra

$$\begin{cases} l = a \\ 2r = a \Rightarrow r = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3}h.\pi r^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \pi \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

**Câu 32:** Với mọi cặp số dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log a + 3\log b - 1 = 0$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $ab^3 = 1$ .                      B.  $ab^3 = 10$ .                      C.  $a + b^3 = 10$ .                      D.  $a + 3b = 10$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\log a + 3\log b - 1 = 0 \Leftrightarrow \log a + \log b^3 = 1 \Leftrightarrow \log(ab^3) = 1 \Leftrightarrow ab^3 = 10.$$

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$  và thể tích khối chóp  $\frac{a^3}{4}$ . Tính khoảng

cách từ  $S$  đến mặt phẳng  $(ABC)$ .

- A.  $a\sqrt{3}$ .                      B.  $a$ .                      C.  $3a$ .                      D.  $2a\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

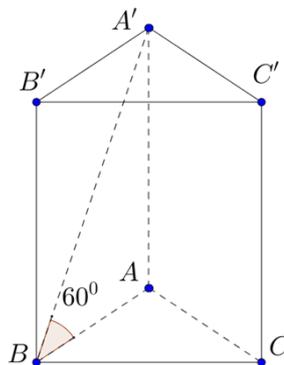
$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d(S, (ABC)) = \frac{3V}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}.$$

**Câu 34:** Cho khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$  và đường thẳng  $A'B$  hợp với mặt đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- A.  $V = \frac{3a^3}{4}$ .                      B.  $V = \frac{a^3}{4}$ .                      C.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .                      D.  $V = \sqrt{3}a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



$$(A'B, (ABC)) = \widehat{A'BA} = 60^\circ \Rightarrow A'A = BA \cdot \tan \widehat{A'BA} = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V = A'A \cdot S_{\Delta ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}.$$

**Câu 35:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 3$ . Tìm số hạng thứ 3 của cấp số cộng.

A.  $u_3 = 7$ .

B.  $u_3 = 9$ .

C.  $u_3 = 8$ .

D.  $u_3 = 11$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_3 = u_1 + 2d = 2 + 2 \cdot 3 = 8.$$

**Câu 36:** Một cốc nước có dạng hình trụ đứng nước chiều cao 12cm, đường kính đáy 4cm, lượng nước trong cốc cao 8cm. Thả vào cốc nước 4 viên bi khối cầu có cùng đường kính 2cm. Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu xăng-ti-mét? (làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân, bỏ qua độ dày của cốc).

A. 2,33cm .

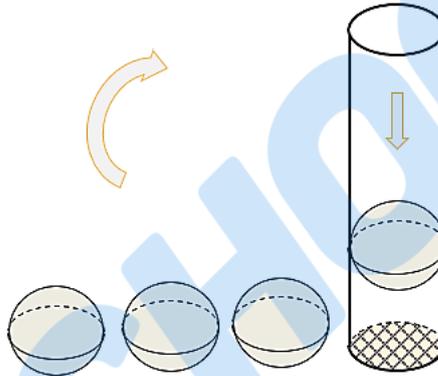
B. 2,25cm .

C. 2,75cm .

D. 2,67cm .

**Lời giải**

**Chọn D**



Thể tích 1 viên bi là:  $V_1 = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi 1^3 = \frac{4\pi}{3}$ .

Thể tích 4 viên bi là:  $V_2 = 4V_1 = 4 \cdot \frac{4\pi}{3} = \frac{16\pi}{3}$ .

Thả vào cốc nước 4 viên bi vào cốc nước thì nước trong cốc bị dâng lên do thể tích của 4 viên bi chiếm chỗ. Ta có thể tích của nước dâng lên trong cốc là:

$$V_3 = V_2 = \frac{16\pi}{3} \Leftrightarrow \pi 2^2 \cdot h = \frac{16\pi}{3} \Leftrightarrow h = \frac{16\pi}{3 \cdot \pi 2^2} = \frac{4}{3}.$$

Mức nước trong cốc sau khi thả 4 viên bi vào là:  $8 + \frac{4}{3} = \frac{28}{3}$ .

Khi đó mức nước trong cốc cách mép cốc là:  $12 - \frac{28}{3} = \frac{8}{3} \approx 2,67 (cm)$ .

**Câu 37:** Cho phương trình  $\left( \log_3 \left( \frac{x}{3} \right) \right)^2 + 3m \log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0$ , ( $m$  là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  lớn hơn -2024 sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 > 10$ ?

A. 2023.

B. 2021.

C. 2022.

D. 2024.

Lời giải

Chọn A

$$\left(\log_3\left(\frac{x}{3}\right)\right)^2 + 3m \log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x - 1)^2 + 3m \log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x - 2 \log_3 x + 1 + 3m \log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x + (3m - 2) \log_3 x + 2m^2 - 2m = 0$$

Đặt  $t = \log_3 x$ . Phương trình có dạng:  $t^2 + (3m - 2)t + 2m^2 - 2m = 0 (*)$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow pt(*)$  có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (3m - 2)^2 - 4(2m^2 - 2m) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 4 > 0 \Leftrightarrow m \neq 2.$$

$$\text{Khi đó ta có: } t^2 + (3m - 2)t + 2m^2 - 2m = 0(*) \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -m \\ t_2 = 2 - 2m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x_1 = -m \Leftrightarrow x_1 = 3^{-m} \\ \log_3 x_2 = 2 - 2m \Leftrightarrow x_2 = 3^{2-2m} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 3^{-m} + 3^{2-2m} > 10$$

$$\Leftrightarrow 9 \cdot 3^{-2m} + 3^{-m} - 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{-m} > 0 \\ 3^{-m} < -10 \Leftrightarrow 3^{-m} > 1 \Leftrightarrow m < 0 \\ 3^{-m} > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2024 < m < 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2023; \dots; -1\}.$$

Suy ra có 2023 giá trị nguyên của tham số  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 38:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$  luôn đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ ?

A. 20.

B. 18.

C. 19.

D. 21.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số

$$y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m| \Leftrightarrow y' = \frac{(3x^2 - 2mx + 12)(x^3 - mx^2 + 12x + 2m)}{|x^3 - mx^2 + 12x + 2m|}.$$

Hàm số luôn đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in (1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow (3x^2 - 2mx + 12)(x^3 - mx^2 + 12x + 2m) \geq 0 \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 2mx + 12 \geq 0 \\ x^3 - mx^2 + 12x + 2m \geq 0 \end{cases} \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3x^2 + 12}{2x} \\ x^3 + 12x \geq mx^2 - 2m \end{cases} \forall x \in (1; +\infty)$$

$$+) m \leq \frac{3x^2 + 12}{2x} \quad \forall x \in (1; +\infty).$$

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{3x^2 + 12}{2x} = \frac{3}{2}x + \frac{6}{x} \quad \forall x \in (1; +\infty) \Rightarrow y' = \frac{3}{2} - \frac{6}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Bảng biến thiên:

$x$	1	2	$+\infty$	
$y'$		-	0	+
$y$		↘ 6 ↗		

$$\Rightarrow \underset{(1; +\infty)}{\text{Min}} y = 6 \Rightarrow m \leq 6.$$

$$+) x^3 + 12x \geq mx^2 - 2m \quad \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\text{Xét khoảng } (1; \sqrt{2}): x^3 + 12x \geq mx^2 - 2m \Leftrightarrow m \geq \frac{x^3 + 12x}{x^2 - 2}$$

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{x^3 + 12x}{x^2 - 2} \quad \forall x \in (1; \sqrt{2}) \Rightarrow y' = \frac{x^4 - 18x^2 - 24}{(x^2 - 2)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{9 + \sqrt{105}}.$$

Bảng biến thiên:

$x$	1	$\sqrt{2}$
$y'$		-
$y$	-13	↘ ↗

$$\Rightarrow m \geq -13.$$

$$\text{Xét khoảng } (\sqrt{2}; +\infty): x^3 + 12x \geq mx^2 - 2m \Leftrightarrow m \leq \frac{x^3 + 12x}{x^2 - 2}$$

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{x^3 + 12x}{x^2 - 2} \quad \forall x \in (\sqrt{2}; +\infty) \Rightarrow y' = \frac{x^4 - 18x^2 - 24}{(x^2 - 2)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{9 + \sqrt{105}}.$$

Bảng biến thiên:

$x$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{9 + \sqrt{105}}$	$+\infty$	
$y'$		-	0	+
$y$		↘ ≈ 7,9 ↗		

$$\Rightarrow m \leq 7,9.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m \leq 6 \\ -13 \leq m \leq 7,9 \end{cases} \Leftrightarrow -13 \leq m \leq 6, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-13; \dots; -1; 0; 1; \dots; 6\}.$$

Vậy có 20 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 39:** Biết  $A(x_A; y_A), B(x_B, y_B)$  là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+4}{x+1}$  sao cho độ dài đoạn thẳng  $AB$  nhỏ nhất. Tính  $P = y_A^2 + y_B^2 - x_A x_B$ .

- A. 6.                                      B.  $10 - \sqrt{3}$ .                                      C.  $6 - 2\sqrt{3}$ .                                      **D. 10.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $A$  là điểm thuộc nhánh trái và  $B$  là điểm thuộc nhánh phải của đồ thị, với  $\alpha > 0$  ta có:

$$A\left(-1-\alpha; 1+\frac{3}{-1-\alpha+1}\right) \Rightarrow A\left(-1-\alpha; 1-\frac{3}{\alpha}\right).$$

$$B\left(-1+\alpha; 1+\frac{3}{-1+\alpha+1}\right) \Rightarrow B\left(-1+\alpha; 1+\frac{3}{\alpha}\right)$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(2\alpha)^2 + \left(\frac{6}{\alpha}\right)^2} = \sqrt{4\alpha^2 + \frac{36}{\alpha^2}} \geq \sqrt{2\sqrt{4\alpha^2 \cdot \frac{36}{\alpha^2}}} = 2\sqrt{6}$$

$\Rightarrow$  độ dài đoạn thẳng  $AB$  nhỏ nhất bằng  $2\sqrt{6}$

$$\Leftrightarrow 4\alpha^2 = \frac{36}{\alpha^2} \Leftrightarrow 4\alpha^4 = 36 \Leftrightarrow \alpha^4 = 9 \Leftrightarrow \alpha = \sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow A(-1-\sqrt{3}; 1-\sqrt{3}) \text{ và } B(-1+\sqrt{3}; 1+\sqrt{3})$$

$$P = y_A^2 + y_B^2 - x_A x_B$$

$$= (1-\sqrt{3})^2 + (1+\sqrt{3})^2 - (-1-\sqrt{3})(-1+\sqrt{3})$$

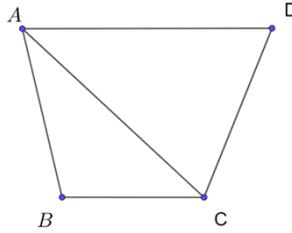
$$= 2 + 6 + (1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1) = 10.$$

**Câu 40:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-2; 3; 1), B(2; 1; 0), C(-3; -1; 1)$ . Tìm tất cả các điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình thang có đáy  $AD$  và diện tích hình thang  $ABCD$  gấp bốn lần diện tích tam giác  $ABC$ .

- A.  $D(-17; -3; 4)$ .                                      B.  $\begin{bmatrix} D(13; -3; 4) \\ D(13; 9; -2) \end{bmatrix}$ .                                      **C.  $\begin{bmatrix} D(13; 9; -2) \\ D(-17; -3; 4) \end{bmatrix}$**                                       D.  $D(13; 9; -2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có:  $\vec{AB} = (4; -2; -1)$ ;  $\vec{AC} = (-1; -4; 0)$ ;  $\vec{BC} = (-5; -2; 1)$

Vì  $AD$  song song  $BC$  nên phương trình đường thẳng  $AD$  là: 
$$\begin{cases} x = -2 - 5t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\Rightarrow D(-2 - 5t; 3 - 2t; 1 + t).$$

$$\Rightarrow \vec{AD} = (-5t; -2t; t)$$

Vì  $S_{ABCD} = 4S_{ABC}$  nên  $S_{\Delta DAC} = 3S_{\Delta ABC} \Leftrightarrow \frac{1}{2}d(A; BC) \cdot BC = \frac{3}{2}d(C; DA) \cdot DA$ .

Vì  $d(A; BC) = d(C; DA)$  nên  $AD = 3BC$

$$AD = 3BC \Rightarrow \begin{cases} \vec{AD} = 3\vec{BC} \\ \vec{AD} = -3\vec{BC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5t = -15 \\ -5t = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D(-17; -3; 4) \\ D(12; 9; -2) \end{cases}$$

**Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $H$  là điểm trên cạnh  $SD$  sao cho  $5SH = 3SD$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $B, H$  và song song với đường thẳng  $AC$  cắt hai cạnh  $SA, SC$  lần

lượt tại  $E, F$ . Tính tỉ số thể tích  $\frac{V_{C.BEHF}}{V_{S.ABCD}}$ .

A.  $\frac{6}{35}$ .

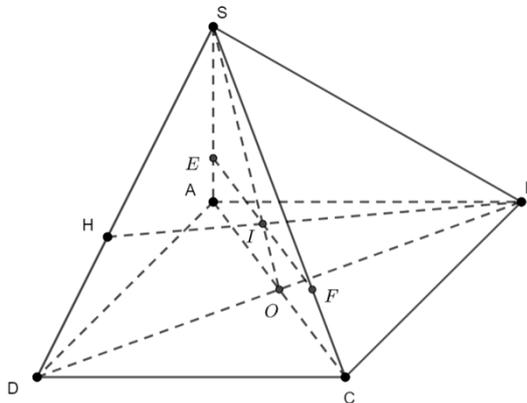
B.  $\frac{1}{6}$ .

C.  $\frac{1}{7}$ .

D.  $\frac{3}{20}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Gọi  $O$  là giao điểm của 2 đường chéo  $AC, BD$ .

Trong tam giác  $SBD$  gọi  $I$  là giao điểm của  $SO$  và  $BH$ . Vì  $(\alpha)$  qua  $B, H$  và song song  $AC$  nên  $(\alpha)$  qua  $I$  và song song  $AC$  cắt  $SA, SC$  lần lượt tại  $E, F$ .

$$\text{Ta có } 5SH = 3SD \Leftrightarrow \frac{SH}{SD} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{SH}{HD} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Áp dụng định lí Menelaus trong tam giác } SDO \text{ ta có: } \frac{BD}{BO} \cdot \frac{IO}{IS} \cdot \frac{HS}{HD} = 1 &\Leftrightarrow 2 \cdot \frac{IO}{IS} \cdot \frac{3}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{IO}{IS} = \frac{1}{3} \\ \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

$$\frac{V_{C.BEHF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{V_O.BEHF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{1}{3}d(O;(BEHF)) \cdot S_{BEHF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\frac{1}{3}d(S;(BEHF)) \cdot S_{BEHF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{V_{S.BEHF}}{V_{S.ABCD}}$$

Ta có:

$$\frac{V_{S.BEF}}{V_{S.ACB}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}; \quad \frac{V_{S.EHF}}{V_{S.ADC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{27}{80}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.BHF} + V_{S.EHF}}{V_{S.ADC}} = \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{V_{S.BEHF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{9}{20}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{C.BEHF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{3}{20}$$

**Câu 42:** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn hệ thức  $\int f(x) \sin x dx = -f(x) \cos x + \int \pi^x \cos x dx$ . Hỏi  $y = f(x)$  là hàm số nào trong các hàm số sau?

A.  $f(x) = -\frac{\pi^x}{\ln \pi}$       **B.  $f(x) = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$**       C.  $f(x) = \pi^x \cdot \ln \pi$       D.  $f(x) = -\pi^x \cdot \ln \pi$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } [f(x) \cdot \cos x]' &= f'(x) \cdot \cos x - f(x) \cdot \sin x \Leftrightarrow \int f(x) \sin x dx = \int f'(x) \cdot \cos x dx - f(x) \cdot \cos x \\ \Rightarrow \int f'(x) \cdot \cos x dx &= \int \pi^x \cdot \cos x dx \Leftrightarrow \int (f'(x) - \pi^x) \cdot \cos x dx = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \pi^x \\ \Rightarrow f(x) &= \frac{\pi^x}{\ln \pi} + C. \end{aligned}$$

**Câu 43:** Tính số nghiệm của phương trình  $4^{\log_3 x} + 2^{\log_3 x} = 2x$

**A. 2**      B. 1      C. 3      D. 0

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Đặt } \log_3 x = t \Leftrightarrow x = 3^t$$

Ta có  $4^t + 2^t = 2 \cdot 3^t \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^t + \left(\frac{2}{3}\right)^t - 2 = 0$

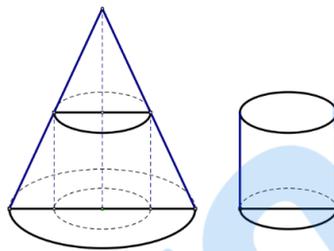
Xét hàm số  $f(t) = \left(\frac{4}{3}\right)^t + \left(\frac{2}{3}\right)^t - 2; f'(t) = \left(\frac{4}{3}\right)^t \ln \frac{4}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^t \ln \frac{2}{3}$

$f''(t) = \left(\frac{4}{3}\right)^t \left(\ln \frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^t \left(\ln \frac{2}{3}\right)^2 > 0$  suy ra  $f'(t) = \left(\frac{4}{3}\right)^t \ln \frac{4}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^t \ln \frac{2}{3}$  là hàm số đồng biến

trên  $\mathbb{R}$  nên  $f'(t) = 0$  có tối đa một nghiệm do đó  $f(t) = 0$  có tối đa hai nghiệm.

Mà  $f(1) = f(3) = 0$  suy ra  $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$ .

**Câu 44:** Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy  $r = 2m$ , chiều cao  $h = 6m$ . Bác thợ mộc chế tác từ gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi  $V$  là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính  $V$ .



A.  $V = \frac{32\pi}{5}(m^3)$ .

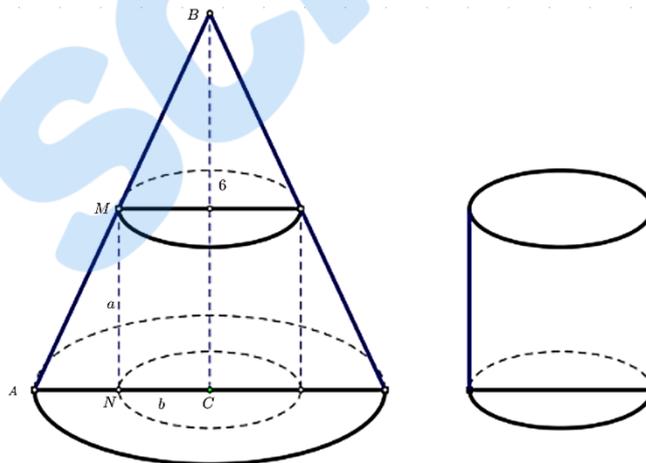
**B.**  $V = \frac{32\pi}{9}(m^3)$ .

C.  $V = \frac{32\pi}{3}(m^3)$ .

D.  $V = \frac{32\pi}{27}(m^3)$ .

Lời giải

**Chọn B**



Ta có  $\frac{a}{6} = \frac{2-b}{2} \Leftrightarrow a = 3(2-b)$

$V = \pi ab^2 = \pi 3(2-b)b^2 = 12\pi \frac{b}{2} \frac{b}{2} (2-b) \leq 12\pi \frac{\left(\frac{b}{2} + \frac{b}{2} + 2-b\right)^3}{27} = \frac{32\pi}{9}$ .

**Câu 45:** Cho hàm số  $y = x^3 - 2(m+1)x^2 + (5m+1)x - 2m - 2$  có đồ thị là  $(C_m)$ ,  $m$  là tham số. Tập  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của  $m$  và  $m \in (-2024; 2024)$  để  $(C_m)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân

biệt  $A(2;0), B, C$  sao cho trong hai điểm  $B, C$  có một điểm nằm trong và một điểm nằm ngoài đường tròn có phương trình  $x^2 + y^2 = 1$ . Tính số các phần tử của tập  $S$ .

A. 2022.

B. 2021.

**C. 4044**

D. 4042.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị ta có

$$y = x^3 - 2(m+1)x^2 + (5m+1)x - 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 2mx + m+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 2mx + m + 1 = 0(*) \end{cases}$$

Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt khác 2 thỏa mãn  $x_1 < -1 < x_2 < 1$  hoặc  $-1 < x_1 < 1 < x_2$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(2) = m^2 - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ m < \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ m \neq \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{TH1: } x_1 < -1 < x_2 < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1+1)(x_2+1) < 0 \\ (x_1-1)(x_2-1) > 0 \\ (x_1-1) + (x_2-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+3m < 0 \\ m < 1 \\ 2-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{-2}{3}$$

$$\text{TH2: } -1 < x_1 < 1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1+1)(x_2+1) > 0 \\ (x_1-1)(x_2-1) < 0 \\ (x_1+1) + (x_2+1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+3m > 0 \\ m+1 > 0 \\ 2-m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$$

$$\text{Kết hợp lại ta có } \begin{cases} m > 2 \\ m < \frac{-2}{3} \end{cases} \text{ do đó có 4044 giá trị.}$$

**Câu 46:** Tính số nghiệm của bất phương trình sau  $\log_2(\sqrt{x-2} + 4) \leq \log_3\left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + 8\right)$ .

**A. 1**

B. 2.

C. 0.

D. vô số.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện xác định  $x \geq 2$ .

Nhận xét:  $\sqrt{x-2} + 4 \geq 4, \forall x \geq 2$ .

Xét về trái của bất phương trình:  $VT = \log_2(\sqrt{x-2} + 4) \geq \log_2 4 = 2(1)$ .

Mặt khác:  $x-1 \geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x-1}} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x-1}} + 8 \leq 9, \forall x \geq 2.$

Xét về phải của bất phương trình  $VP = \log_3 \left( \frac{1}{\sqrt{x-1}} + 8 \right) \leq \log_3 9 = 2 (2).$

Từ (1), (2) để  $\log_2 (\sqrt{x-2} + 4) \leq \log_3 \left( \frac{1}{\sqrt{x-1}} + 8 \right) \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 (\sqrt{x-2} + 4) = 2 \\ \log_3 \left( \frac{1}{\sqrt{x-1}} + 8 \right) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$

Vậy bất phương trình đã cho có đúng một nghiệm.

**Câu 47:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $N$  thuộc cạnh  $CD$  thỏa  $CD = 3CN$ . Mặt phẳng  $(A'MN)$  chia khối lập phương thành hai khối đa diện, gọi  $(H)$  là khối đa diện chứa đỉnh  $A$ . Tính thể tích của khối đa diện  $(H)$  theo  $a$ .

A.  $\frac{47}{154}a^3.$

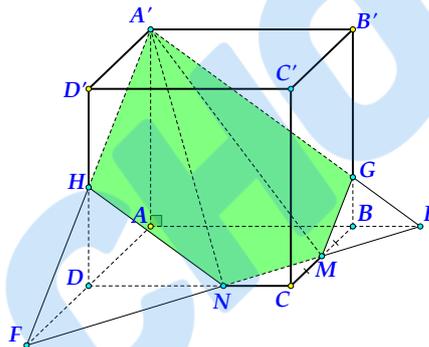
B.  $\frac{65}{113}a^3.$

C.  $\frac{53}{137}a^3.$

**D.**  $\frac{55}{144}a^3.$

Lời giải

**Chọn D**



Trong  $(ABCD)$ , gọi  $E = MN \cap AB$ ,  $F = MN \cap AD$ .

Trong  $(ABB'A')$ , gọi  $G = A'E \cap BB'$  và trong  $(ADD'A')$ , gọi  $H = A'F \cap DD'$ .

Ta có  $\frac{EB}{NC} = \frac{MB}{MC} = 1$  (do  $M$  là trung điểm  $BC$ )  $\Rightarrow \frac{EB}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow EB = \frac{a}{3}$

Áp dụng định lý Thales trong không gian ta có  $\frac{GB}{AA'} = \frac{EB}{EA} = \frac{1}{4} \Rightarrow GB = \frac{a}{4}$ .

Ta có:  $\frac{NC}{ND} = \frac{MC}{DF} = \frac{1}{2} \Rightarrow DF = 2MC = a$ . Lại có:  $\frac{HD'}{HD} = \frac{DF}{A'D'} = 1 \Rightarrow HD = \frac{a}{2}$ .

Ta có:  $V_{(H)} = V_{A'AFE} - V_{H.DNF} - V_{G.MBE}$

$\Rightarrow V_{(H)} = \frac{1}{3} \cdot AA' \cdot \frac{1}{2} AF \cdot AE - \frac{1}{3} \cdot DH \cdot \frac{1}{2} \cdot DF \cdot DN - \frac{1}{3} \cdot GB \cdot \frac{1}{2} \cdot MB \cdot BE$

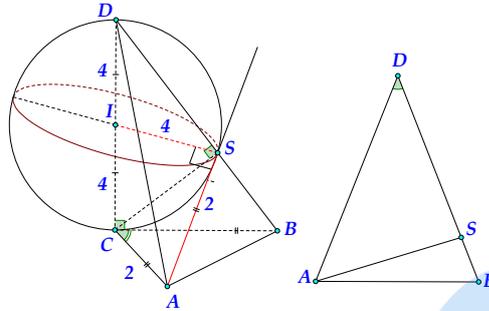
$\Rightarrow V_{(H)} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{4a}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{3} \cdot a - \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{55a^3}{144}.$

**Câu 48:** Cho hình chóp  $S.ABC$  với  $SA = 2$ ;  $BC = 2$ . Một hình cầu bán kính 4 tiếp xúc với mặt phẳng  $(ABC)$  tại  $C$ , tiếp xúc với  $SA$  tại  $S$  và cắt  $SB$  tại điểm thứ hai  $D$  sao cho  $CD$  đi qua tâm của mặt cầu. Tính thể tích của khối chóp  $S.ABC$ .

- A.  $\frac{16}{17}$ .                      B.  $\frac{8}{3}$ .                      C.  $\frac{8\sqrt{3}}{51}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{12}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $I$  là tâm mặt cầu theo đề bài. Theo giả thiết ta có  $IS \perp SA$  (1)

Đồng thời  $I \in CD$  và  $DC \perp (BCA)$  tại  $C \Rightarrow IC \perp AC$  (2)

Từ (1),(2) ta suy ra  $AC = SA = 2 = BC$  (do  $\Delta IAC = \Delta ISA$ )

Đồng thời  $DB = DA = \sqrt{DC^2 + CA^2} = 2\sqrt{17}$  (do  $\Delta ACD = \Delta BCD$ ).

Xét cát tuyến  $BSD$  và tiếp tuyến  $BC$  đối với mặt cầu  $\left(I; \frac{CD}{2}\right)$ .

$$\text{Suy ra } BC^2 = BS \cdot BD \Rightarrow BS = \frac{2\sqrt{17}}{17} \Rightarrow \frac{BS}{BD} = \frac{1}{17} \Rightarrow \frac{V_{B.SAC}}{V_{B.ACD}} = \frac{1}{17} \quad (3)$$

Xét tam giác  $\Delta DSA$  và  $\Delta DAB$  có

$$\cos \widehat{DAB} = \cos \widehat{SDA} \Leftrightarrow \frac{DA^2 + DS^2 - SA^2}{2 \cdot DA \cdot DS} = \frac{DA^2 + DB^2 - AB^2}{2 \cdot DA \cdot DB} \Rightarrow AB^2 = 4 \Rightarrow AB = 2$$

Suy ra  $\Delta ABC$  đều có cạnh  $AB = BC = CA = 2$ .

$$\text{Do đó, từ (3), ta có: } V_{S.ABC} = \frac{1}{17} V_{D.ABC} = \frac{1}{17} \cdot \frac{1}{3} \cdot DC \cdot \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{8\sqrt{3}}{51}.$$

**Câu 49:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  biết  $A(-2; 2; 6), B(-3; 1; 8), C(-1; 0; 7), D(1; 2; 3)$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $CD, SH \perp (ABCD)$ . Để khối chóp  $S.ABCD$  có thể tích bằng 15( đvtt) thì có hai điểm  $S_1, S_2$  sao cho  $S \equiv S_1, S \equiv S_2$ . Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của  $S_1 S_2$

- A.  $I(0; -1; -3)$ .                      B.  $I(1; 0; 3)$ .                      C.  $I(0; 1; 5)$ .                      D.  $I(-1; 0; -3)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$H$  là trung điểm của  $CD \Rightarrow H(0; 1; 5)$ . Do diện tích đáy và thể tích của khối chóp không đổi thì  $S_1, S_2$  nằm trên đường  $SH$  và đối xứng nhau qua  $H \Rightarrow I \equiv H \Rightarrow I(0; 1; 5)$ .

**Câu 50:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^2+1}{x\sqrt{x^4+1}}$  với  $x > 0$  thỏa mãn  $F(1) = 1$ . Biết

$$F(2) = \ln\left(\frac{a+\sqrt{b}}{2\sqrt{2}}\right) + 1, \text{ với } a, b, c \text{ là các số nguyên dương. Tính } a + b.$$

A. 17.

B. 30.

C. 37.

**D. 20.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^4+1}} + \frac{1}{x\sqrt{x^4+1}}.$$

$$\text{Đặt } g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^4+1}}. \text{ Đặt } u = x^2 \Rightarrow du = 2x \cdot dx \Rightarrow g(x) dx = \frac{du}{2\sqrt{u^2+1}}.$$

$$\text{Đặt } \int \frac{1}{2\sqrt{u^2+1}} du = \frac{1}{2} \ln(u + \sqrt{u^2+1}) + C \Rightarrow \int g(x) dx = \frac{1}{2} \ln(x^2 + \sqrt{x^4+1}) + C.$$

$$h(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^4+1}} = \frac{x^3}{x^4\sqrt{x^4+1}}.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^4+1} \Rightarrow t^2 = x^4+1 \Rightarrow t dt = 2x^3 \cdot dx \Rightarrow h(x) dx = \frac{t dt}{2(t^2-1)t} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right)$$

$$\int \left( \frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) dt = \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right| + C \Rightarrow \int h(x) dx = \frac{1}{4} \ln \frac{\sqrt{x^4+1}-1}{\sqrt{x^4+1}+1} + C.$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + \sqrt{x^4+1}) + \frac{1}{4} \ln \frac{\sqrt{x^4+1}-1}{\sqrt{x^4+1}+1} + m.$$

$$\text{Do } F(1) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \ln(1 + \sqrt{2}) + \frac{1}{4} \ln \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + m = 1 \Rightarrow m = 1.$$

$$\text{Do đó } F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + \sqrt{x^4+1}) + \frac{1}{4} \ln \frac{\sqrt{x^4+1}-1}{\sqrt{x^4+1}+1} + 1 \Rightarrow F(2) = \frac{1}{2} \ln(4 + \sqrt{17}) + \frac{1}{4} \ln \frac{\sqrt{17}-1}{\sqrt{17}+1} + 1$$

$$\Rightarrow F(2) = \ln \left[ (4 + \sqrt{17})^{\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{\sqrt{17}-1}{\sqrt{17}+1} \right)^{\frac{1}{4}} \right] + 1.$$

$$\left[ (4 + \sqrt{17})^{\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{\sqrt{17}-1}{\sqrt{17}+1} \right)^{\frac{1}{4}} \right] = A \Rightarrow a + \sqrt{b} = 2\sqrt{2} \cdot A = B \Rightarrow b = (B - a)^2.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} a \in \mathbb{N}^* \\ 1 \leq a \leq 7 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = 17 \Rightarrow a + b = 20.$$

∞ HẾT ∞