SỞ GD&ĐT HOÀ BÌNH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ

(Đề thi có 06 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1 NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: ***90 phút***
(không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 19/1/2024

Mã đề thi: 101

Họ và tên thí sinh: ……………………………………………..

Số báo danh: ……………………………………………………

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=5$. **D.** $x=1$.

Câu 2. Cho $a>0$, biểu thức $P=a^{\frac{1}{7}}.\sqrt[7]{a^6}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $P=a^6$. **B.** $P=a^7$. **C.** $P=1$. **D.** $P=a$.

Câu 3. Cho khối lăng trụ có chiều cao $h=12$, diện tích đáy $B=8$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 96. **B.** 32. **C.** 48. **D.** 16.

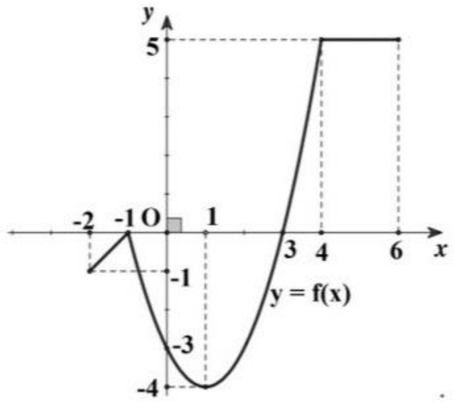
Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=3$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 5. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-2;6\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-2;6\right]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 6. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\int \sin x \, dx = \cos x + C$.

B. $\int e^x \, dx = e^x + C$.

C. $\int \cos x \, dx = \sin x + C$.

D. $\int a^x \, dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + C \ (0 < a \neq 1)$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 8$ là

A. $x = 4$.　**B.** $x = -3$.　**C.** $x = -4$.　**D.** $x = 3$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.　**B.** 2.　**C.** 3.　**D.** 0.

Câu 9. Tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ là

A. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

B. $D = (-1; 3)$.

C. $D = [-1; 3]$.

D. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 10. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 5^x$, $y = 0, x = 1, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi\int\limits_1^2 5^{2x} dx$.　**B.** $S = \int\limits_1^2 5^{2x} dx$.　**C.** $S = \int\limits_1^2 5^x dx$.　**D.** $S = \pi\int\limits_1^2 5^x dx$.

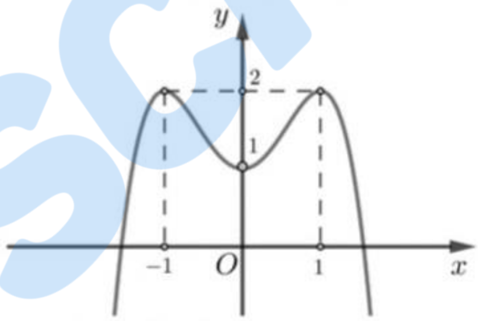
Câu 11. Số cạnh của khối bát diện đều là

A. 30.　**B.** 24.　**C.** 8.　**D.** 12.

Câu 12. Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -3 là

A. $-1 + 3i$.　**B.** $-1 - 3i$.　**C.** $1 + 3i$.　**D.** $1 - 3i$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.　**B.** $(-1; 0)$.　**C.** $(1; +\infty)$.　**D.** $(0; 1)$.

Câu 14. Mặt cầu có bán kính $r = 4$ thì diện tích mặt cầu là

A. $\dfrac{16\pi}{3}$.　**B.** 64π.　**C.** 16π.　**D.** $\dfrac{64\pi}{3}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3x^2 + x - 1$ và $f(0) = 1$. Hàm số $f(x)$ là

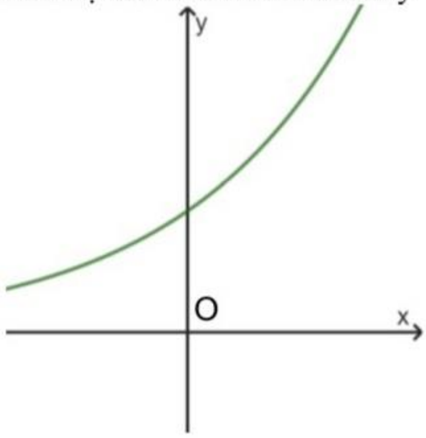
A. $f(x) = 6x + 1$.

B. $f(x) = x^3 + \dfrac{x^2}{2} - x + 1$.

C. $f(x) = x^3 - \dfrac{x^2}{2} + x + 1$.

D. $f(x) = x^3 + \dfrac{x^2}{2} - x$.

Câu 16. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây



A. $y = x^2$. **B.** $y = 2^x$. **C.** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. **D.** $y = \log_2 x$.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} \geq 1$ là

A. $(-\infty; 4]$. **B.** $[4; +\infty)$. **C.** $(4; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 4)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1), B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(2;2;3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Câu 19. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

A. 30π. **B.** 45π. **C.** 12π. **D.** 15π.

Câu 20. Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$ là

A. $3 - 2i$. **B.** $2 + 3i$. **C.** $3 + 2i$. **D.** $2 - 3i$.

Câu 21. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3; u_6 = 11$, công sai d của cấp số cộng bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 22. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[0;2]$. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $F(0) = 5, F(2) = -3$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** -8. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 23. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ có phương trình là

A. $y = \frac{1}{5}$. **B.** $y = 5$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 1$.

Câu 24. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 2 + i$, tổng $z_1 + 2z_2$ bằng

A. $4 - i$. **B.** $5 - i$. **C.** $5 + i$. **D.** $4 + i$.

Câu 25. Cho tập hợp A có 5 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng

A. 5. **B.** 20. **C.** 10. **D.** 30.

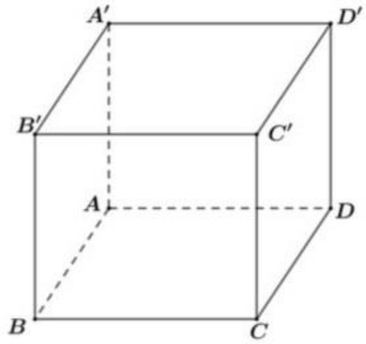
Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Câu 27. Hai số thực x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = 3 + 6i$ (với i là đơn vị ảo) là

A. $x = -1$; $y = -1$. **B.** $x = -1$; $y = -3$. **C.** $x = 1$; $y = -1$. **D.** $x = 1$; $y = -3$.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=2$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DD' bằng



A. $\sqrt{2}$.
B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
C. 2.
D. 1.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(0;2;-3)$.
B. $(0;0;-3)$.
C. $(1;0;-3)$.
D. $(1;2;0)$.

Câu 30. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2, trên d_1 lấy 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 lấy 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Gọi S là tập hợp tất cả các tam giác có 3 đỉnh là 3 điểm trong số 10 điểm nói trên. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập S, khi đó xác suất để chọn được tam giác có hai đỉnh màu xanh bằng

A. $\dfrac{5}{8}$.
B. $\dfrac{3}{10}$.
C. $\dfrac{1}{30}$.
D. $\dfrac{3}{8}$.

Câu 31. Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng 3. Giá trị của tham số thực m là

A. $m=5$.
B. $m=7$.
C. $m=1$.
D. $m=3$.

Câu 32. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=3$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[2f(x)+\sin x\right]dx$ bằng

A. $6+\pi$.
B. $6+\dfrac{\pi}{2}$.
C. 7.
D. 5.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC). Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC). Khi đó $\cos\varphi$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$.
B. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.
C. $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$.
D. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$.
B. $N(-2;1;-2)$.
C. $M(-1;-2;-3)$.
D. $P(3;1;5)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $R=3\sqrt{3}$.
B. $R=\sqrt{3}$.
C. $R=3$.
D. $R=9$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3;0;-1)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;-2;-3)$ là

A. $4x-2y-3z+15=0$.
B. $4x-2y+3z-9=0$.
C. $4x-2y-3z-15=0$.
D. $3x-z-15=0$.

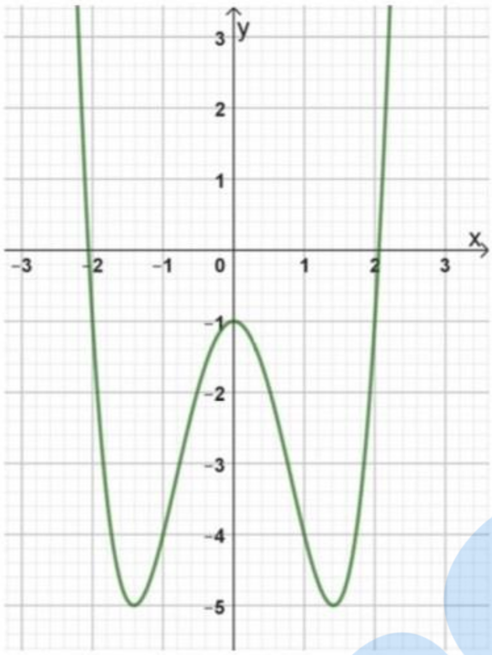
Câu 37. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2-2x+4\right)=2$. Khi đó $x_1.x_2$ bằng

A. 2.
B. -4.
C. 4.
D. -5.

Câu 38. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $(C): y = x^2 - 2x; (C'): y = -x^2 + 4x$ là

A. 12. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x) - 1| = 3m + 2$ có 6 nghiệm phân biệt là



A. $0 < m < \frac{4}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3} < m < 1$. **C.** $-5 < m < -1$. **D.** $1 < m < 5$.

Câu 40. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức thỏa mãn $|z - m| = 5$ và $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S.

A. -4. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 0.

Câu 41. Cho bất phương trình $4\log_9^2(3x) + 2(m+1)\log_{\frac{1}{3}} x - 3 - m \geq 0$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên của m; $m \in (-2021; 2024)$ để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(\sqrt{3}; 27)$ là

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2019.

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^0. Gọi M là trung điểm của SB. Thể tích hình chóp $S.ACM$ bằng

A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 43. Cho vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0; x = 2$. Cắt vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x (0 \leq x \leq 2)$ thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $(x+1)e^x$. Biết thể tích vật thể (T) bằng $\frac{ae^4 - b}{4}, (a, b \in \mathbb{Z})$, giá trị của $P = a + b$ bằng

A. 12. **B.** -12. **C.** 14. **D.** -14.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; -1)$, song song với mặt phẳng $(P): x + y - z = 3$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 5 - 3t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

Câu 45. Cắt hình nón (N) bằng một mặt phẳng qua đỉnh S và tạo với trục của hình nón (N) một góc bằng 30^0 ta được thiết diện là tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Chiều cao của hình nón bằng

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thoả mãn $\int_0^1\left[f\left(x^3\right)\right]^2\mathrm{d}x=4\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x-\frac{36}{5}$. Giá trị $f\left(\frac{1}{8}\right)$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 47. Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 5 điểm cực trị là

A. 27. **B.** 26. **C.** 16. **D.** 44.

Câu 48. Cho phương trình $2^m.2^{\sin^2 x}+m-\cos^2 x=8.4^{\cos x}+2(\cos x+1)$. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm thực là

A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 49. Cho số phức z thoả mãn $\frac{z}{z-2-4i}$ là số thuần ảo, biết biểu thức $P=|z+4-6i|^2-|z-2-3i|^2$ đạt giá trị lớn nhất khi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$. Giá trị $a+2b$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;4), B(-1;2;1), C(3;-1;6)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-8=0$. Điểm M thay đổi trên (P) thoả mãn đường thẳng AM và BM cùng tạo với (P) các góc bằng nhau. Giá trị nhỏ nhất của độ dài CM bằng

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

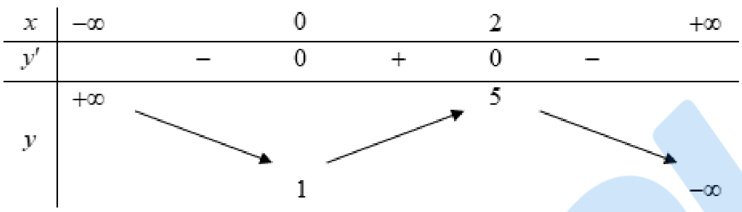
------ ***HẾT*** ------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	A	B	B	A	A	B	A	C	D	D	D	B	B	B	A	A	A	B	C	C	B	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	A	D	D	D	C	B	D	C	C	D	D	A	B	C	C	C	C	D	A	A	D	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$..

Câu 2: Cho $a > 0$, biểu thức $P = a^{\frac{1}{7}}.\sqrt[7]{a^6}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $P = a^6$. **B.** $P = a^7$. **C.** $P = 1$. **D.** $P = a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P = a^{\frac{1}{7}}.\sqrt[7]{a^6} = a^{\frac{1}{7}}.a^{\frac{6}{7}} = a^{\frac{1}{7}+\frac{6}{7}} = a$ .Vân Phan

Câu 3: Cho khối lăng trụ có chiều cao $h = 12$, diện tích đáy $B = 8$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

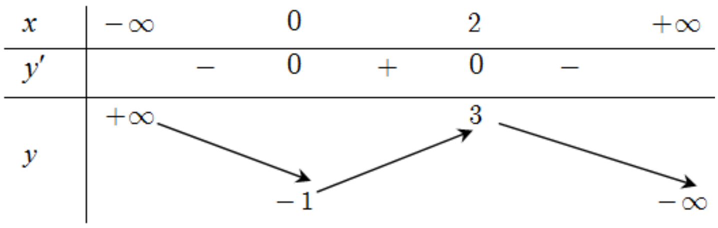
A. 96.. **B.** 32.. **C.** 48.. **D.** 16..

Lời giải

Chọn A

Ta có $V = B.h = 12.8 = 96.$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $f(x) = 3$ là

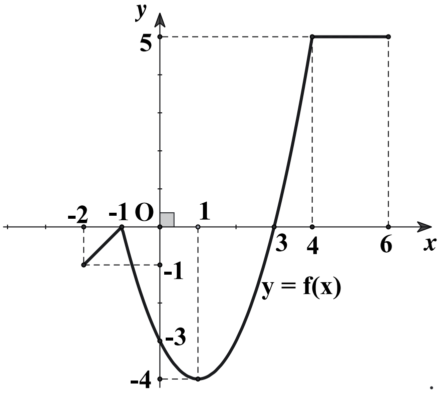
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có phương trình $f(x) = 3$ có 2 nghiệm.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;6]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;6]$. Giá trị của $M - m$ bằng

A. 4.. **B.** 9.. **C.** 6.. **D.** 1..

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

$M = \max\limits_{[-2;6]} f(x) = 5$

$m = \min\limits_{[-2;6]} f(x) = -4$

Vậy $M - m = 9$..

Câu 6: Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\int \sin x\,\mathrm{d}x = \cos x + C$. **B.** $\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

C. $\int \cos x\,\mathrm{d}x = \sin x + C$. **D.** $\int a^x\,\mathrm{d}x = \dfrac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7: Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 8$ là

A. $x = 4$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = -4$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x-1} = 8 \Leftrightarrow x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Số điểm cực trị của hàm số là số lần đổi dấu của $f'(x)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f'(x)$ đổi dấu hai lần nên hàm số có 2 điểm cực trị tại $x=-2$; $x=0$.

Câu 9: Tập xác định D của hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$ là

A. $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **B.** $D=(-1;3)$.

C. $D=[-1;3]$. **D.** $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$

Điều kiện $x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>3 \\ x<-1 \end{array}\right.$.

Vậy $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 10: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=5^x$, $y=0$, $x=1$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int\limits_1^2 5^{2x}dx$. **B.** $S=\int\limits_1^2 5^{2x}dx$. **C.** $S=\int\limits_1^2 5^{x}dx$. **D.** $S=\pi\int\limits_1^2 5^{x}dx$.

Lời giải

Chọn C

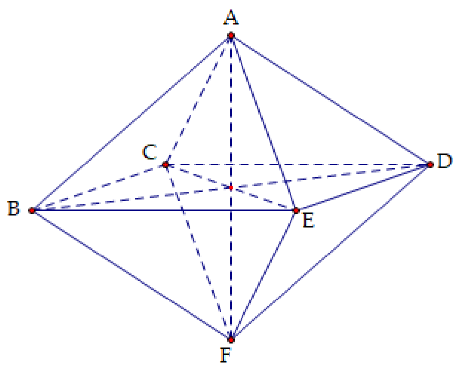
Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=5^x$, $y=0$, $x=1$, $x=2$ là $S=\int\limits_1^2 5^x dx$.

Câu 11: Số cạnh của khối bát diện đều là

A. 30. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D



Số cạnh của khối bát diện đều là 8.

Câu 12: Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -3 là

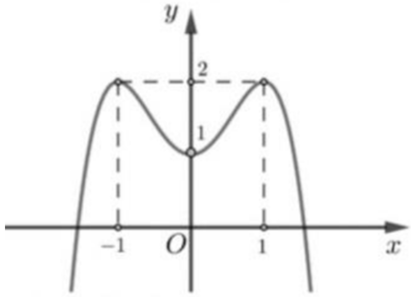
A. $-1+3i$. **B.** $-1-3i$. **C.** $1+3i$. **D.** $1-3i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -3 là $1-3i$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **<u>D</u>.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cho bởi hình vẽ trên ta thấy hàm số đồng biến trong các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(0;1\right)$.

Câu 14: Mặt cầu có bán kính $r=4$ thì diện tích mặt cầu là

A. $\dfrac{16\pi}{3}$. **<u>B</u>.** 64π. **C.** 16π. **D.** $\dfrac{64\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính diện tích mặt cầu ta có

$S=4\pi r^2=4\pi.16=64\pi$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=3x^2+x-1$ và $f\left(0\right)=1$. Hàm $y=f\left(x\right)$ là

A. $f\left(x\right)=6x+1$. **<u>B</u>.** $f\left(x\right)=x^3+\dfrac{1}{2}x^2-x+1$.

C. $f\left(x\right)=x^3-\dfrac{1}{2}x^2+x+1$. **D.** $f\left(x\right)=x^3+\dfrac{1}{2}x^2-x$.

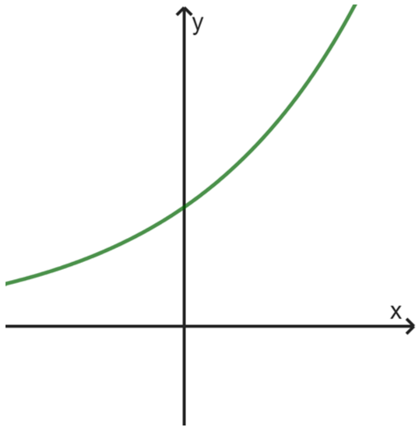
Lời giải

Chọn B

Ta có $f'\left(x\right)=3x^2+x-1\Rightarrow f\left(x\right)=\int\left(3x^2+x-1\right)\mathrm{d}x=x^3+\dfrac{1}{2}x^2-x+C$.

Mà $f\left(0\right)=1\Rightarrow C=1$. Vậy $f\left(x\right)=x^3+\dfrac{1}{2}x^2-x+1$.

Câu 16: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây



A. $y = x^2$. **B.** $y = 2^x$. **C.** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. **D.** $y = \log_2 x$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đã cho là đồ thị hàm số mũ có cơ số lớn hơn 1.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} \geq 1$ là:

A. $(-\infty;4]$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} \geq 1 \Leftrightarrow x-4 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 4.$$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$, $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(2;2;3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 19: Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

A. 30π. **B.** 45π. **C.** 12π. **D.** 15π.

Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích xung quanh của khối trụ bằng: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.3.5 = 30\pi$.

Câu 20: Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$ là

A. $3-2i$. **B.** $2+3i$. **C.** $3+2i$. **D.** $2-3i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3; u_6 = 11$, công sai d của cấp số cộng bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} u_6 = u_1 + 5d \\ u_2 = u_1 + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11 = u_1 + 5d \\ 3 = u_1 + d \end{cases} \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$.

Câu 22: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[0;2]$. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $F(0)=5$, $F(2)=-3$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** -8. **C.** 8.. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$\int_0^2 f(x)dx = F(x)\Big|_0^2 = F(2)-F(0)=8$.

Câu 23: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1}{x-1}$ có phương trình là

A. $y=\dfrac{1}{5}$. **B.** $y=5$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=5$ suy ra $y=5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 24: Cho hai số phức $z_1 = 1-i$ và $z_2 = 2+i$, tổng z_1+2z_2 bằng

A. $4-i$. **B.** $5-i$. **C.** $5+i$. **D.** $4+i$.

Lời giải

Chọn C

$z_1+2z_2=(1-i)+2(2+i)=5+i$.

Câu 25: Cho tập hợp A có 5 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng

A. 5. **B.** 20. **C.** 10. **D.** 30.

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm hai phần tử của A: $C_5^2 = 10$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)\geq 0 \Leftrightarrow -1\leq x\leq 3 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 27: Hai số thực x và y thỏa mãn $(2x-3yi)+(1-3i)=3+6i$ (với i là đơn vị ảo) là

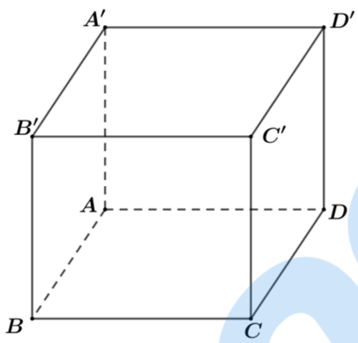
A. $x=-1$; $y=-1$. **B.** $x=-1$; $y=-3$. **C.** $x=1$; $y=-1$. **D.** $x=1$; $y=-3$.

Lời giải

Chọn D

$$(2x-3yi)+(1-3i)=3+6i \Leftrightarrow (2x+1)-3(y+1)i=3+6i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=3 \\ -3(y+1)=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}.$$

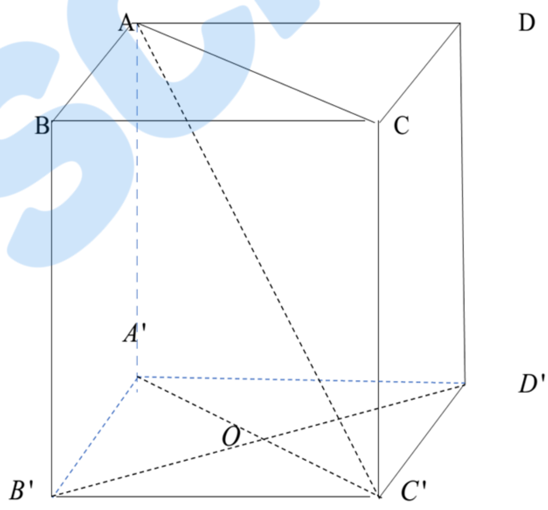
Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=2$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DD' bằng



A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A



Ta có $DD'//(ACC'A')\Rightarrow d(AC,DD')=d(D',(ACC'A'))=D'O=\frac{a\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(0;2;-3)$. **B.** $(0;0;-3)$. **C.** $(1;0;-3)$. **D.** $(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 30: Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2, trên d_1 lấy 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 lấy 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Gọi S là tập hợp tất cả các tam giác có 3 đỉnh là 3 điểm trong số 10 điểm nói trên. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập S, khi đó xác suất để chọn được tam giác có hai đỉnh màu xanh bằng

A. $\frac{5}{8}$. **B.** $\frac{3}{10}$. **C.** $\frac{1}{30}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Số tam giác được tạo thành từ 9 điểm là $C_{10}^3 - C_6^3 - C_4^3 = 96 \Rightarrow n(\Omega) = 96$.

Số cách chọn tam giác có 2 đỉnh màu xanh là $n(A) = C_4^2.6 = 36$

Vậy xác suất là $P(A) = \frac{36}{96} = \frac{3}{8}$.

Câu 31: Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng 3. Giá trị của tham số m là

A. $m = 5$. **B.** $m = 7$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(0) = m, f(4) = \frac{m+8}{5}$.

*) TH1: $\begin{cases} f(0) < f(4) \\ f(4) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{m+8}{5} \\ \frac{m+8}{5} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m = 7 \end{cases}$ (vô lý).

*) TH2: $\begin{cases} f(0) > f(4) \\ f(0) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{m+8}{5} \\ m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$.

Vậy $m = 3$.

Câu 32: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [2f(x) + \sin x]\mathrm{d}x$ bằng

A. $6 + \pi$. **B.** $6 + \frac{\pi}{2}$. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

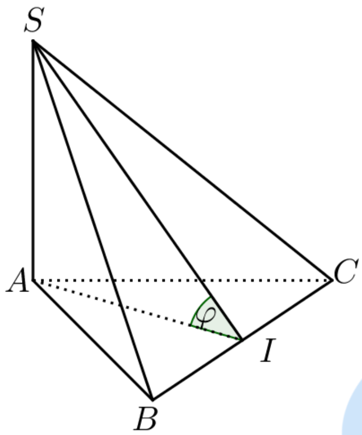
Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [2f(x) + \sin x]\mathrm{d}x = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\mathrm{d}x = 6 - \cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 7$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC). Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC). Khi đó $\cos\varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của BC.

Ta có $BC \perp AI, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp SI$ nên $\varphi = \widehat{((SBC),(ABC))} = \widehat{SIA}$.

Do $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SI = \frac{a\sqrt{15}}{2} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{AI}{SI} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $N(-2;1;-2)$. **C.** $M(-1;-2;-3)$. **D.** $P(3;1;5)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $R = 3\sqrt{3}$. **B.** $R = \sqrt{3}$. **C.** $R = 3$. **D.** $R = 9$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tâm mặt cầu $I(1;-2;-1) \Rightarrow R = \sqrt{1+4+1+3} = 3$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3;0;-1)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n} = (4;-2;-3)$ là

A. $4x - 2y - 3z + 15 = 0$. **B.** $4x - 2y + 3z - 9 = 0$.

C. $4x - 2y - 3z - 15 = 0$. **D.** $3x - z - 15 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng là: $4(x-3)-2(y-0)-3(z+1)=0 \Leftrightarrow 4x-2y-3z-15=0$..

Câu 37: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2-2x+4\right)=2$. Khi đó $x_1.x_2$ bằng

A. 2. **B.** -4.. **C.** 4. **D.** -5.

Lời giải

Chọn D

$\log_3\left(x^2-2x+4\right)=2 \Leftrightarrow x^2-2x+4=9 \Leftrightarrow x^2-2x-5=0, ac=-5<0 \Rightarrow$ pt luôn có hai nghiệm trái dấu, $x_1.x_2=-5$..

Câu 38: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $(C): y=x^2-2x; (C'): y=-x^2+4x$ là

A. 12.. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 9.

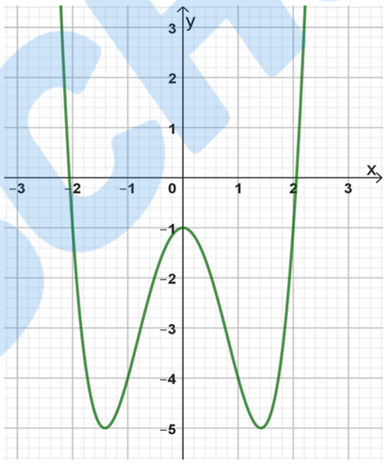
Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm là nghiệm pt: $x^2-2x=-x^2+4x \Leftrightarrow 2x^2-6x=0 \Leftrightarrow x=0; x=3$

$$\Rightarrow S=\int_0^3\left|\left(x^2-2x\right)-\left(-x^2+4x\right)\right|dx=\int_0^3\left|2x^2-6x\right|dx=\left|\int_0^3\left(2x^2-6x\right)dx\right|=\left|\left(\frac{2}{3}x^3-3x^2\right)\Big|_0^3\right|=9..$$

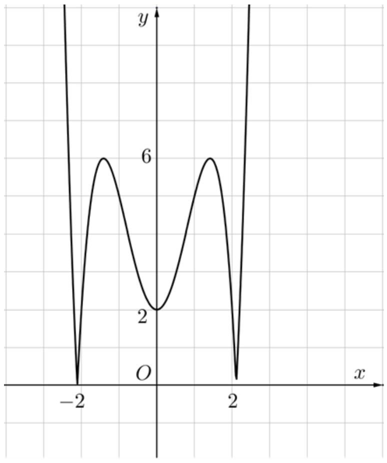
Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|f(x)-1\right|=3m+2$ có 6 nghiệm phân biệt là



A. $0<m<\frac{4}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}<m<1$. **C.** $-5<m<-1$. **D.** $1<m<5$.

Lời giải

Chọn A



Ta vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)-1|$ như hình trên

Từ đồ thị ta có $|f(x)-1|=3m+2$ có 6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2<3m+2<6 \Leftrightarrow 0<m<\dfrac{4}{3}$..

Câu 40: Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m\in S$ có đúng một số phức thỏa mãn $|z-m|=5$ và $\dfrac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S.

A. -4. **<u>B</u>.** 12.. **C.** 6.. **D.** 0..

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z=x+yi \Rightarrow |z-m|=\sqrt{(x-m)^2+y^2}=5 \Leftrightarrow (x-m)^2+y^2=25(1)$

$\dfrac{z}{z-6}=\dfrac{x+yi}{x-6+yi}=\dfrac{(x+yi)(x-6-yi)}{(x-6)^2+y^2}=\dfrac{x^2-6x+y^2-6yi}{(x-6)^2+y^2}$ là số thuần ảo

$\Leftrightarrow x^2-6x+y^2=0 \Leftrightarrow (x-3)^2+y^2=9(2)$

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$, ta có hệ pt $\begin{cases}(x-m)^2+y^2=25 & (1)\\ (x-3)^2+y^2=9 & (2)\end{cases}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ hệ $(1),(2)$ có nghiệm duy nhất.

Pt (1) là pt đường tròn tâm $I(m;0)$ bán kính $R=5$

Pt (2) là pt đường tròn tâm $I'(3;0)$ bán kính $R=3$

hệ $(1),(2)$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi hai đường tròn tiếp xúc với nhau

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} II'=5-3=2\\ II'=5+3=8\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|m-3|=2\\ |m-3|=8\end{array}\right. \Leftrightarrow m\in\{-5;1;5;11\} \Rightarrow \sum m=12$.

Câu 41: Cho bất phương trình $4\log_9^2(3x)+2(m+1)\log_{\frac{1}{3}}x-3-m\ge 0$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên của m; $m\in(-2021;2024)$ để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(\sqrt{3};27)$ là

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\log_3 x\Leftrightarrow\begin{cases}x=3^t\\ t\in\left(\frac{1}{2};3\right)\end{cases}$.

Ta có $4\log_9^2(3x)+2(m+1)\log_{\frac{1}{3}}x-3-m\ge 0\Leftrightarrow 4\log_9^2(3.3^t)+2(m+1)\log_{\frac{1}{3}}3^t-3-m\ge 0$

$\Leftrightarrow 4\log_9^2 3.(t+1)^2+2(m+1)t\log_{\frac{1}{3}}3-3-m\ge 0\Leftrightarrow(t+1)^2-2(m+1)t-3-m\ge 0$

$\Leftrightarrow t^2-2mt-2-m\ge 0$.

Khi đó, bài toán trở thành tìm m để $t^2-2mt-2-m\ge 0$ có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{2};3\right)$.

Ta có $t^2-2mt-2-m\ge 0\Leftrightarrow t^2-2\ge m(2t+1)\Leftrightarrow m\le\frac{t^2-2}{2t+1}$.

Xét hàm số $g(t)=\frac{t^2-2}{2t+1}\Rightarrow g'(t)=\frac{2t^2+2t+4}{(2t+1)^2}>0,t\in\left(\frac{1}{2};3\right)$.

Để $t^2-2mt-2-m\ge 0$ có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{2};3\right)$ khi và chỉ khi $m\le g(3)=1$.

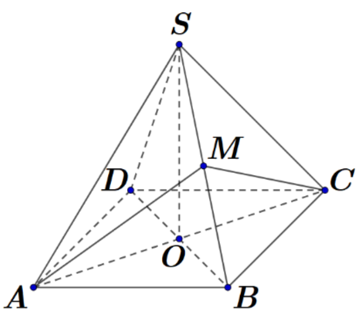
$\Rightarrow m\in\{-2020;-2019;-2018;...;0;1\}$.

Câu 42: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Gọi M là trung điểm của SB. Thể tích hình chóp $S.ACM$ bằng

A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $OB=\frac{BD}{2}=\frac{BC\sqrt{2}}{2}=a\sqrt{2}$.

Ta có $B = SB \cap (ABCD)$ và O là hình chiếu của S trên $(ABCD)$ nên OB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$. Khi đó $(SB,(ABCD)) = (SB,OB) = \widehat{SBO} = 60^\circ$.

Xét tam giác SOB vuông tại O, ta có: $SO = OB\tan\widehat{SBO} = a\sqrt{2}\tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

Ta có $V_{S.AMC} = \dfrac{SM}{SB}V_{S.ABC} = \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{3}a\sqrt{6}\dfrac{(2a)^2}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 43: Cho vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$; $x=2$. Cắt vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x $(0 \le x \le 2)$ thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $(x+1)e^x$. Biết thể tích vật thể (T) bằng $\dfrac{ae^4-b}{4}$ ($a,b \in \mathbb{Z}$), giá trị của $P = a+b$ bằng

A. 12. **B.** -12. **C.** 14. **D.** -14.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V = \int\limits_0^2 S(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 (x+1)^2e^{2x}\mathrm{d}x$.

Giả sử $\int (x+1)^2e^{2x}\mathrm{d}x = (ax^2+bx+c)e^{2x}+C$

$$\Rightarrow (x^2+2x+1)e^{2x} = (2ax+b)e^{2x}+2(ax^2+bx+c)e^{2x} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+2b=2 \\ a=\dfrac{1}{2} \\ b+2c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=\dfrac{1}{2} \\ c=\dfrac{1}{4} \end{cases}.$$

Khi đó $V = \int\limits_0^2 S(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 (x+1)^2e^{2x}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{4}(2x^2+2x+1)e^{2x}\Big|_0^2 = \dfrac{13e^4-1}{4}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$, song song với mặt phẳng $(P): x+y-z=3$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z}{2}$ là

A. $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. **B.** $d: \begin{cases} x=5+t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **C.** $d: \begin{cases} x=-4+5t \\ y=5-3t \\ z=-3+2t \end{cases}$. **D.** $d: \begin{cases} x=-1+5t \\ y=-2-3t \\ z=1+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Do $\begin{cases} d // (P) \\ d \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u_d} // \overrightarrow{n_{(P)}} \\ \overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{u_\Delta}\right] = (5;-3;2) \Rightarrow d: \begin{cases} x=1+5t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

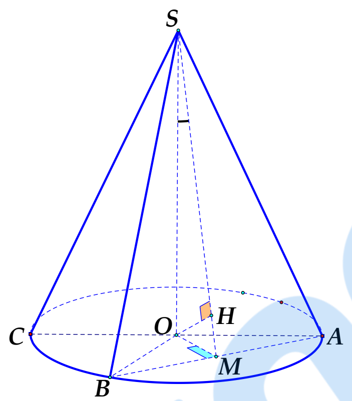
Với $t=-1$, ta có d qua điểm $N\left(-4;5;-3\right)$ nên ta cũng có $d:\begin{cases}x=-4+5t\\ y=5-3t\\ z=-3+2t\end{cases}$.

Câu 45: Cắt hình nón (N) bằng một mặt phẳng qua đỉnh S và tạo với trục của hình nón (N) một góc bằng 30^0 ta được thiết diện là tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Chiều cao của hình nón bằng

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm đường tròn đáy của hình nón, M là trung điểm của AB.

Ta có $S_{\Delta SAB}=\dfrac{1}{2}SA.SB\Leftrightarrow 4a^2=\dfrac{1}{2}SA^2\Rightarrow SA=2a\sqrt{2}$.

Do ΔSAB vuông cân tại $S\Rightarrow SM=\dfrac{SA}{\sqrt{2}}=2a$.

Đồng thời $\left(SO,\left(SAB\right)\right)=\left(SM,SO\right)=30^0\Rightarrow \cos\widehat{OSM}=\dfrac{SO}{SM}\Rightarrow SO=a\sqrt{3}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[0;1\right]$ thoả mãn $\int\limits_0^1\left[f\left(x^3\right)\right]^2\mathrm{d}x=4\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\dfrac{36}{5}$. Giá trị $f\left(\dfrac{1}{8}\right)$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $x=t^3\Rightarrow dx=3t^2dt$. Với $x=0\Rightarrow t=0$ và $x=1\Rightarrow t=1$.

Khi đó: $\int\limits_0^1 f\left(x\right)dx=\int\limits_0^1 f\left(t^3\right)3t^2dt=3\int\limits_0^1 x^2f\left(x^3\right)dx$.

Mặt khác: $\int\limits_0^1\left[f\left(x^3\right)\right]^2\mathrm{d}x=4\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\dfrac{36}{5}$.

$$\Leftrightarrow \int_0^1 \left[f\left(x^3\right)\right]^2 \mathrm{d}x = 12\int_0^1 x^2 f\left(x^3\right)\mathrm{d}x - \frac{36}{5}$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 \left[\left(f\left(x^3\right)\right)^2 - 2.6x^2.f\left(x^3\right) + 36x^4\right]dx = -\frac{36}{5} + \int_0^1 36x^4 dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 \left(f\left(x^3\right) - 6x^2\right)^2 dx = 0 \Rightarrow f\left(x^3\right) - 6x^2 = 0 \Leftrightarrow f\left(x^3\right) = 6x^2$$

Suy ra $f\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right) = 6.\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}$.

Câu 47: Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left|3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m\right|$ có 5 điểm cực trị là

A. 27. **B.** 26. **C.** 16. **D.** 44.

Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m \Rightarrow g'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x$

Xét $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Nhận xét $y = g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Do đó $y = \left|g(x)\right|$ có 5 điểm cực trị $\Rightarrow g(x) = 0$ có 2 nghiệm bội lẻ.

$\Leftrightarrow \underbrace{3x^4 - 4x^3 - 12x^2}_{h(x)} = -m$ có 2 nghiệm bội lẻ.

Khảo sát và lập bảng biến thiên của hàm $h(x)$ ta được:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	0	$\searrow$	-32	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m \geq 0 \\ -32 < -m \leq -5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq 0 \\ 5 \leq m < 32 \end{array}\right.$

Do $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m \in \{0\} \cup \{5;6;...;30;31\}$.

Vậy có tất cả 27 giá trị thỏa mãn.

Câu 48: Cho phương trình $2^m.2^{\sin^2 x} + m - \cos^2 x = 8.4^{\cos x} + 2(\cos x + 1)$. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm thực là

A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho tương đương $2^{m+\sin^2 x}+m+\sin^2 x=2^{2\cos x+3}+2\cos x+3$. (*)

Xét hàm số $f(x)=2^x+x$, ta có $f'(x)=2^x\ln 2+1>0,\forall x$.

Khi đó

$(*)\Leftrightarrow f(m+\sin^2 x)=f(2\cos x+3)$

$\Leftrightarrow m+\sin^2 x=2\cos x+3$

$\Leftrightarrow m=\cos^2 x+2\cos x+2$

$\Leftrightarrow m=(\cos x+1)^2+1.$

Phương trình đã cho có nghiệm thực khi và chỉ khi $1\le m\le 5$.

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm thực là 5.

Câu 49: Cho số phức z thoả mãn $\dfrac{z}{z-2-4i}$ là số thuần ảo, biết biểu thức $P=|z+4-6i|^2-|z-2-3i|^2$ đạt giá trị lớn nhất khi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$. Giá trị $a+2b$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\dfrac{z}{z-2-4i}=\dfrac{(a+bi)(a-2-(b-4)i)}{(a-2)^2+(b-4)^2}$ là số thuần ảo suy ra

$a(a-2)+b(b-4)=0\Leftrightarrow(a-1)^2+(b-2)^2=5$.

Suy ra điểm biểu diễn số phức z thuộc đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $R=5$.

Gọi M, N, P lần lượt là ba điểm biểu diễn số phức z, $-4+6i$, $2+3i$.

Suy ra $N(-4;6),P(2;3)\Rightarrow IN=\sqrt{41},IP=\sqrt{2},PN=\sqrt{45}$.

Khi đó ta có

$P=MN^2-MP^2=\overrightarrow{MN}^2-\overrightarrow{MP}^2$

$=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IN}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IP}\right)^2$

$=IN^2+IP^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IN}-\overrightarrow{IP}\right)$

$=43+2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{PN}\le 43+2MI.PN=43+10\sqrt{45}.$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\overrightarrow{MI},\overrightarrow{PN}$ cùng hướng suy ra $\overrightarrow{MI}=k(-2;1),k>0$.

Ta có $\begin{cases}1-x=-2k\\2-y=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+2k\\y=2-k\end{cases}$ là phương trình đường thẳng MI.

Thay phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2=5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}k=1\\k=-1.\end{array}\right.$

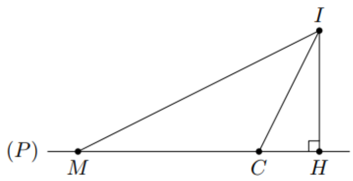
Do đó $M(3;1)$ suy ra $z=3+i\Rightarrow a+2b=5$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;4), B(-1;2;1), C(3;-1;6)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-8=0$. Điểm M thay đổi trên (P) thoả mãn đường thẳng AM và BM cùng tạo với (P) các góc bằng nhau. Giá trị nhỏ nhất của độ dài CM bằng

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $\alpha = (AM,(P)) = (BM,(P))$.

Ta có $\mathrm{d}(A,(P)) = \frac{|x_A + y_A + z_A - 8|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \sqrt{3}$; $\mathrm{d}(B,(P)) = \frac{|x_B + y_B + z_B - 8|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = 2\sqrt{3}$ nên

$\sin\alpha = \frac{\mathrm{d}(A,(P))}{AM} = \frac{\mathrm{d}(B,(P))}{BM}$ suy ra $BM = 2AM$.

Gọi $M(x;y;z)$, ta có

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4(x-2)^2 + 4(y+1)^2 + 4(z-4)^2$$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 10z + 26 = 0.$

Là phương trình mặt cầu tâm $I(3;-2;5)$, $R = 2\sqrt{3}$.

Mặt khác $IH = \mathrm{d}(I,(P)) = \frac{|x_I + y_I + z_I - 8|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ và $CI = \sqrt{2}$ suy ra $CH = \sqrt{CI^2 - IH^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

và $MH = \sqrt{MI^2 - IH^2} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $CM_{\min} = |CH - MH| = \sqrt{6}$.

꧁ **HẾT** ꧂