

TITLE:

Date:

No:

Câu 1:

$$\begin{aligned}
 1) P &= \sqrt{2024 + 2\sqrt{2023}} - \sqrt{2025 + 2\sqrt{2024}} \\
 &= \sqrt{2023 + 2\sqrt{2023} + 1} - \sqrt{2024 + 2\sqrt{2024} + 1} \\
 &= \sqrt{(\sqrt{2023} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2024} + 1)^2} \\
 &= |\sqrt{2023} + 1| - |\sqrt{2024} + 1| \\
 &= \sqrt{2023} + 1 - (\sqrt{2024} + 1) = \sqrt{2023} - \sqrt{2024}
 \end{aligned}$$

2) giao của đt:  $y = x + 1$  và trục  $Oy$   
 Cho  $x = 0 \Rightarrow y = 0 + 1 = 1$   
 Vậy tọa độ giao điểm của đt:  $y = x + 1$  và  $Oy$  là  $M(0, 1)$ .

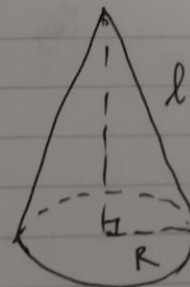
3) Hình tròn ngoại tiếp  $\Delta$  vuông có cạnh huyền bằng  $2\sqrt{2}$  cm  
 $\Rightarrow$  đường kính hình tròn bằng  $2\sqrt{2}$  cm  
 $\Rightarrow$  bán kính  $R = 2\sqrt{2} : 2 = \sqrt{2}$  (cm)  
 Diện tích hình tròn là:  
 $S = \pi R^2 = \pi \cdot (\sqrt{2})^2 = 2\pi$  (cm<sup>2</sup>)

4) Chiều cao hình nón là:

$$h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (cm)}$$

Thể tích hình nón là

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$



TITLE:

Date:

No:

Câu 2:

1) Với  $x > 0, x \neq 1$ :

$$\begin{aligned}
 P &= \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\
 &= \left( \frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x})^3-1} - \frac{x+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x})^3-1} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\
 &= \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x})^3-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\
 &= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\
 &= \frac{1}{x+\sqrt{x}+1}
 \end{aligned}$$

$$2) P = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{x+\sqrt{x}+1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x+\sqrt{x}+1=3$$

$$\Leftrightarrow x+\sqrt{x}-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=1 & (TM) \\ \sqrt{x}=-2 & (L) \end{cases} \Leftrightarrow x=1 \text{ (TM)}$$

$$\text{Vậy với } x=1 \text{ thì } P = \frac{1}{3}.$$

Câu 8:

1) Xét pt:  $x^2 - (2m+1)x + 4m-2 = 0$  (1)

a)  $\Delta = (2m+1)^2 - 4(4m-2) = 4m^2 - 12m + 9 = (2m-3)^2$   
 Để (1) có 2 nghiệm phân biệt thì  $\Delta > 0 \Leftrightarrow (2m-3)^2 > 0$   
 $\Leftrightarrow 2m-3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{3}{2}$

b) Theo Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+1 \\ x_1 \cdot x_2 = 4m-2 \end{cases}$$

Để  $x_1, x_2$  là độ dài 2 cạnh hình chữ nhật

$$\Rightarrow x_1, x_2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 > 0 \\ 4m-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow m > \frac{1}{2}$$

Đường chéo lớn bằng  $\sqrt{13}$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (\sqrt{13})^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 13$$

$$\Leftrightarrow (2m+1)^2 - 2(4m-2) - 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 & (\text{loại}) \\ m = 2 & (\text{TM}) \end{cases}$$

Vậy  $m = 2$  tìm yêu cầu bài toán

2)  $6\sqrt{2x+5} + 4\sqrt{x+2} = 3x + 20$  (1)

ĐKXĐ:  $\begin{cases} 2x+5 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -2$

$$(1) \Leftrightarrow 3x + 20 - 6\sqrt{2x+5} - 4\sqrt{x+2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x+5 - 6\sqrt{2x+5} + 9) + (x+2 - 4\sqrt{x+2} + 4) = 0$$

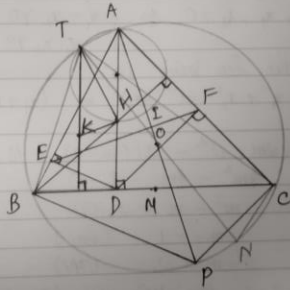
$$\Rightarrow (\sqrt{2x+5}-3)^2 + (\sqrt{x+2}-2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x+5}-3=0 \\ \sqrt{x+2}-2=0 \end{cases} \quad (\text{vì } (\sqrt{2x+5}-3)^2 \geq 0 \text{ và } (\sqrt{x+2}-2)^2 \geq 0 \text{ và } \neq 0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+5=9 \\ x+2=4 \end{cases} \Rightarrow x=2 \text{ (thỏa)}$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x=2$ .

Câu 4:



4) Xét tứ giác AEDF có  $\widehat{AED} + \widehat{AFD} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$   
 $\Rightarrow$  tứ giác AEDF nội tiếp.

$$\left. \begin{aligned} \text{Xét } \triangle \text{ vuông } ABD \text{ có: } AD^2 &= AE \cdot AB \\ \triangle \text{ vuông } ADC \text{ có: } AD^2 &= AF \cdot AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow AE \cdot AB = AF \cdot AC$$

5) Xét 2  $\triangle AEF$  và  $\triangle ACB$  có

$\widehat{A}$  chung

$$\frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AB} \quad (\text{cm câu 4})$$

$\Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ACB$

$\Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{ABC}$

$$\Rightarrow \widehat{AFE} + \widehat{CAP} = \widehat{ABC} + \widehat{CAP} = \frac{1}{2} \text{ số } \widehat{AC} + \frac{1}{2} \text{ số } \widehat{CP} = \frac{1}{2} \text{ số } \widehat{AP} = 90^\circ$$

$\Rightarrow$  I là giao điểm của AP và EF

$\Rightarrow \triangle AIF$  vuông tại I

$\Rightarrow AP \perp EF$

3)  $CP \perp AC$  (vì AP là đường kính)  $\Rightarrow CP \parallel BH$   
 $BH \perp AC$

Tương tự:  $BP \parallel CH$

$\Rightarrow HBPC$  là hình bình hành

$\Rightarrow$  Hai đường chéo BC và HP cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

Coi M là trung điểm BC  $\Rightarrow M$  là trung điểm HP.

$\Rightarrow OM$  là đường trung bình  $\triangle AHP$

$\Rightarrow OM \parallel AH$

$$OM = \frac{1}{2} AH$$

kẻ đường kính OT cắt đường tròn tại điểm thứ hai N  
 (N ≠ T)  
 ⇒ TCV là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn  
 ⇒ CN ⊥ TC  
 ⇒ CN ⊥ TC  
 Do K là trung tâm ΔBTC nên BK ⊥ TC  
 ⇒ CN ∥ BK  
 ⇒ CNBK là hình bình hành  
 ⇒ M là trung điểm của KN  
 ⇒ OM là đường trung bình ΔNKT  
 ⇒ OM ∥ TK, OM = 1/2 TK (2)

Từ W và (2) ⇒ AH ∥ TK, AH = TK  
 ⇒ AHCK là hình  
 ⇒ AT ∥ HK

Mà ∠ATH = 90°  
 ⇒ ∠THK = ∠ATH = 90°  
 Vậy ΔHKT vuông tại H. (đpcm)

Câu 5:  
 1) 
$$\begin{cases} \sqrt{4x^2+3} - 2\sqrt{y} = \sqrt{y^2+3} - 2\sqrt{2x} & (1) \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2 + \sqrt{y^2+3-x^2} & (2) \end{cases}$$

ĐKXĐ:  $0 \leq x \leq 3, y \geq 0$

(1) ⇔  $\sqrt{4x^2+3} - \sqrt{y^2+3} = 2\sqrt{y} - 2\sqrt{2x}$   
 ⇔  $\frac{4x^2 - y^2}{\sqrt{4x^2+3} + \sqrt{y^2+3}} = \frac{4y - 8x}{2\sqrt{y} + 2\sqrt{2x}}$   
 ⇔  $\frac{(2x-y)(2x+y)}{\sqrt{4x^2+3} + \sqrt{y^2+3}} = \frac{4(y-2x)}{2\sqrt{y} + 2\sqrt{2x}}$

⇔  $\begin{cases} 2x-y=0 & \Leftrightarrow y=2x \\ \frac{2x+y}{\sqrt{4x^2+3} + \sqrt{y^2+3}} + \frac{4}{2\sqrt{y} + 2\sqrt{2x}} = 0 & (*) \end{cases}$

⇔  $\frac{2x+y}{\sqrt{4x^2+3} + \sqrt{y^2+3}} > 0 \Rightarrow (*) \text{ vô nghiệm}$

với  $y=2x$ , thay vào (2) có:  

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2 + \sqrt{-x^2+2x+3}$$

Đặt  $\begin{cases} a = \sqrt{x+1} \\ b = \sqrt{3-x} \end{cases} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$   
 ⇒  $ab = \sqrt{-x^2+2x+3}$

⇒  $\begin{cases} a+b = 2+ab \\ a^2+b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow (a+b)^2 \begin{cases} a+b = 2+ab \\ (a+b)^2 - 2ab = 4 \end{cases}$

⇔  $\begin{cases} a+b = 2+ab \\ (2+ab)^2 - 2ab = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 2+ab \\ ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 2 \\ ab = 0 \end{cases}$

TITLE:

Date:

No:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1}=0 \\ \sqrt{3-x}=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1}=2 \\ \sqrt{3-x}=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \text{ (l)} \\ x=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=6 \\ y=6 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm  $(x, y) = (3, 6)$ .

2)

$$6x + y = 2xy \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{6}{y} = 2$$

$$\text{lại có: } 2xy = 6x + y \geq 2\sqrt{6xy}$$

$$\Leftrightarrow xy \geq \sqrt{6xy} \Leftrightarrow \sqrt{xy}(\sqrt{xy} - \sqrt{6}) \geq 0 \Leftrightarrow xy \geq 6$$

Khi đó ta có:

$$P = 3x + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{42}{y} + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$$

$$= 3x + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{42}{y} + x + y + 2\sqrt{xy}$$

$$= \left(2x + 2x + \frac{2}{x^2}\right) + \left(y + \frac{36}{y}\right) + \frac{1}{x} + \frac{6}{y} + 2\sqrt{xy}$$

$$\geq 2\sqrt[3]{2x \cdot 2x \cdot \frac{2}{x^2}} + 2\sqrt{y \cdot \frac{36}{y}} + 2 + 2\sqrt{6}$$

$$= 3 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 2\sqrt{6} = 20 + 2\sqrt{6}$$

Đấu "=" xảy ra khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 2x = \frac{2}{x^2} \\ y = \frac{36}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$\sqrt{x} \sqrt{y} = 6$$

Vậy GTNN của P là  $20 + 2\sqrt{6}$  khi  $x=1$  và  $y=6$