

TITLE: _____ Date: _____ / No. _____

Câu 1:

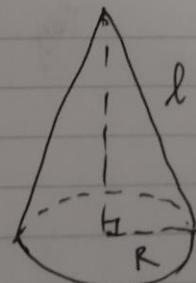
- $$\begin{aligned}
 P &= \sqrt{2024 + 2\sqrt{2023}} - \sqrt{2025 + 2\sqrt{2024}} \\
 &= \sqrt{2023 + 2\sqrt{2023} + 1} - \sqrt{2024 + 2\sqrt{2024} + 1} \\
 &= \sqrt{(\sqrt{2023} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2024} + 1)^2} \\
 &= |\sqrt{2023} + 1| - |\sqrt{2024} + 1| \\
 &= \sqrt{2023} + 1 - (\sqrt{2024} + 1) = \sqrt{2023} - \sqrt{2024}
 \end{aligned}$$
- giao của dt: $y = x + 1$ và trục Oy
 Cho $x = 0 \Rightarrow y = 0 + 1 = 1$
 Vậy tọa độ giao điểm của dt: $y = x + 1$ và Oy là $M(0, 1)$.
- Hình tròn ngoài tiếp Δ vuông có cạnh huyền bằng $2\sqrt{2}$ cm
 \Rightarrow đường kính hình tròn bằng $2\sqrt{2}$ cm
 \Rightarrow bán kính $R = 2\sqrt{2} : 2 = \sqrt{2}$ (cm)
 Diện tích hình tròn là:

$$S = \pi R^2 = \pi \cdot (\sqrt{2})^2 = 2\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$
- Chiều cao hình nón là:

$$h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (cm)}$$

Thể tích hình nón là

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$



TITLE:

Date: _____ / No: _____

Câu 2:

1) $\forall x' x \geq 0, x \neq 1$:

$$P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \left(\frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x})^3-1} - \frac{x+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x})^3-1} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x})^3-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{1}{x+\sqrt{x}+1}$$

2) $P = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{x+\sqrt{x}+1} = \frac{1}{3} \Rightarrow x+\sqrt{x}+1=3$

$$\Leftrightarrow x+\sqrt{x}-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=1 & (\text{TM}) \\ \sqrt{x}=-2 & (\text{f}) \end{cases} \Leftrightarrow x=1(\text{TM})$$

Vậy với $x=1$ thì $P = \frac{1}{3}$.

E: / No:

Câu 8:

1) Xét pt: $x^2 - (2m+1)x + 4m-2 = 0$ (1)

a) $\Delta = (2m+1)^2 - 4(4m-2) = 4m^2 - 12m + 9 = (2m-3)^2$
 Vì $\Delta \geq 0$ có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow (2m-3)^2 > 0 \Leftrightarrow 2m-3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{3}{2}$

b) Theo Vi-ết ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+1 \\ x_1 \cdot x_2 = 4m-2 \end{cases}$$

Vì x_1, x_2 là 2 nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow x_1, x_2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 > 0 \\ 4m-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Đường chéo hcn bằng $\sqrt{13}$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (\sqrt{13})^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 13$$

$$\Leftrightarrow (2m+1)^2 - 2(4m-2) - 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 & (\text{loại}) \\ m = 2 & (\text{TM}) \end{cases}$$

Vậy $m = 2$ tìm được bài toán

2) $6\sqrt{2x+5} + 4\sqrt{x+2} = 3x + 20$ (1)

ĐKXĐ: $\begin{cases} 2x+5 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -2$.

(1) $\Leftrightarrow 3x + 20 - 6\sqrt{2x+5} - 4\sqrt{x+2} = 0$

$\Leftrightarrow (2x+5 - 6\sqrt{2x+5} + 9) + (x+2 - 4\sqrt{x+2} + 4) = 0$

Đề: đường kính OT cắt đường tròn tại điểm thứ hai M
 $(M \neq T)$
 \Rightarrow TCM là góc nội tiếp của đường tròn
 \Rightarrow CM \perp TC
 \Rightarrow CM \perp TC
 Do K là trục tâm $\triangle BTK$ nên BK \perp TC
 \Rightarrow CM \parallel BK
 \Rightarrow CMBK là hình bình hành
 \Rightarrow M là trung điểm của KN
 \Rightarrow OM là đường trung bình $\triangle NKT$
 $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} OM \parallel TK, \\ OM = \frac{1}{2} TK \end{array} \right. \quad (*)$

Từ (*) và (**) \Rightarrow AH \parallel TK, $AH = TK$
 \Rightarrow AHTK là hhh
 \Rightarrow AT \parallel HK
 Mà $\angle A\hat{T}H = 90^\circ$
 $\Rightarrow \angle THK = \angle A\hat{H}H = 90^\circ$
 Vậy $\triangle HKT$ vuông tại H. (đpcm)

Câu 5:
 1) $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{4x^2+3} - 2\sqrt{y} = \sqrt{y^2+3} - 2\sqrt{2x} \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2 + \sqrt{y^2+3-x^2} \end{array} \right. \quad (1) \quad (2)$
 Điều kiện: $0 \leq x \leq 3, y \geq 0$
 $(1) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{4x^2+3} - \sqrt{y^2+3}}{\sqrt{4x^2+3} + \sqrt{y^2+3}} = \frac{2\sqrt{y} - 2\sqrt{2x}}{2\sqrt{y} + 2\sqrt{2x}}$
 $\Leftrightarrow \frac{(2x-y)(2x+y)}{\sqrt{4x^2+3} + \sqrt{y^2+3}} = \frac{4(y-2x)}{2\sqrt{y} + 2\sqrt{2x}}$
 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-y=0 \Leftrightarrow y=2x \\ \frac{2x+y}{\sqrt{4x^2+3} + \sqrt{y^2+3}} + \frac{4}{2\sqrt{y} + 2\sqrt{2x}} = 0 \end{array} \right. \quad (3)$
 $\Rightarrow 0 \quad > 0 \quad \Rightarrow (3) \text{ vô nghiệm}$
 Vì $y = 2x$, thay vào (2) có:
 $\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2 + \sqrt{-x^2+2x+3}$
 Đặt $\left\{ \begin{array}{l} a = \sqrt{x+1} \quad (a \geq 0, b \geq 0) \\ b = \sqrt{3-x} \end{array} \right.$
 $\Rightarrow ab = \sqrt{-x^2+2x+3}$
 $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a+b = 2+ab \\ a^2+b^2 = 4 \end{array} \right. \quad (\Rightarrow (a+b)^2 = a^2+b^2+2ab \Rightarrow a+b = 2+ab)$
 $\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a+b = 2+ab \\ (2+ab)^2 - 2ab = 4 \end{array} \right. \quad (\Rightarrow a+b = 2+ab \Rightarrow ab=0)$

Date: / / No.:

TITLE: _____

TITLE: _____

TITLE: _____

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a=0 \\ b=2 \\ a=2 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1}=0 \\ \sqrt{3-x}=2 \\ \sqrt{x+1}=2 \\ \sqrt{3-x}=0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (l)} \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=6 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm $(x, y) = (3, 6)$.

2)

$6x + y = 2xy \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{6}{y} = 2$

lại có: $2xy = 6x + y \geq 2\sqrt{6xy}$

$\Leftrightarrow xy \geq \sqrt{6xy} \Leftrightarrow \sqrt{xy}(\sqrt{xy} - \sqrt{6}) \geq 0 \Leftrightarrow xy \geq 6$

Khi đó' ta có:

$$\begin{aligned} P &= 3x + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{42}{y} + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \\ &= 3x + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{42}{y} + x + y + 2\sqrt{xy} \\ &= \left(2x + 2x + \frac{2}{x^2}\right) + \left(y + \frac{36}{y}\right) + \frac{1}{x} + \frac{6}{y} + 2\sqrt{xy} \\ &\geq 3\sqrt[3]{2x \cdot 2x \cdot \frac{2}{x^2}} + 2\sqrt{y \cdot \frac{36}{y}} + 2 + 2\sqrt{6} \\ &= 3 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 2\sqrt{6} = 20 + 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

Điều "v" ray ra khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 2x = \frac{2}{x^2} \\ y = \frac{36}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases}$$

$\sqrt{xy} = 6$
 Vậy GTNN của P là $20 + 2\sqrt{6}$ khi $x = 1$ và $y = 6$