

Đề 2

Câu 1:

$$\begin{aligned}
 1) \quad P &= \sqrt{2024 + 2\sqrt{2023}} - \sqrt{2025 + 2\sqrt{2024}} \\
 &= \sqrt{2023 + 2\sqrt{2023} + 1} - \sqrt{2024 + 2\sqrt{2024} + 1} \\
 &= \sqrt{(\sqrt{2023} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2024} + 1)^2} \\
 &= (\sqrt{2023} + 1) - (\sqrt{2024} + 1) \\
 &= \sqrt{2023} - \sqrt{2024}
 \end{aligned}$$

2) giao của dt: $y = x + 1$ với trục Ox .
 Cho $y = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$
 Vậy giao của dt $y = x + 1$ với trục Ox là $M(-1, 0)$.

3) Từ đề bài ta suy ra đường kính hình tròn dài $2\sqrt{2}$ cm.
 $\Rightarrow$ bán kính $R = \sqrt{2}$; $z = \sqrt{2}$ (cm)
 Diện tích hình tròn là:
 $S = \pi R^2 = \pi (\sqrt{2})^2 = 2\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$

4) ~~Đ~~ dài đường sinh là: $l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (cm)}.$
 Thể tích hình nón là: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

TITLE: _____

Giải:

1) $P = \frac{x+4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2} + \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} \quad (x \geq 0, x \neq 9)$

$$= \frac{(\sqrt{x}+2)^2}{\sqrt{x}+2} + \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}-3}$$

$$= \sqrt{x}+2 + \sqrt{x}+3$$

$$= 2\sqrt{x}+5$$

2) $P=5 \Leftrightarrow 2\sqrt{x}+5=5$
 $\Leftrightarrow \sqrt{x}=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ (thỏa)}$
 Vậy với $x=0$ thì $P=5$.

Câu 3:

1) a) $x^2 - (m+1)x + 4m-2 = 0 \quad (1)$

a) Thay $m=0$ vào (1) ta được:

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy với $m=0$ thì (1) có nghiệm $x = -1, x = 2$.

b) $\Delta = (m+1)^2 - 4(4m-2) = m^2 - 12m + 9$
 $= (m-3)^2$

Để pt (1) có 2 nghiệm phân biệt thì:

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m-3)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 3$$

Theo Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m+1 \\ x_1 x_2 = 4m-2 \end{cases}$

$$x_1^2 + x_2^2 = 13$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 13$$

TITLE: _____

$\Leftrightarrow (2m+1)^2 - 2(4m-2) - 13 = 0$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} \text{ (thỏa)}$$

Vậy $m = -1$ hoặc $m = 2$ t/m yêu cầu bài toán.

2) $\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} = \sqrt{2x+9}$

ĐKXĐ: $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \\ 2x+9 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 4$

1) $\Leftrightarrow (\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x})^2 = (\sqrt{2x+9})^2$

$$\Leftrightarrow 5 + 2\sqrt{(x+1)(4-x)} = 2x+9$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x+1)(4-x)} = 2x+4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(4-x)} = x+2 \quad (\sqrt{x} \geq -1 \text{ m } x \geq -1)$$

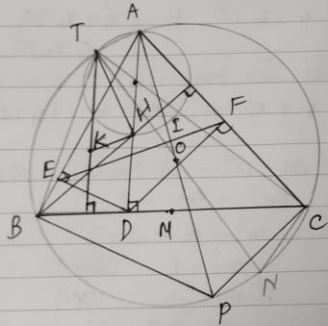
$$\Leftrightarrow x+1-x^2+3x+4 = x^2+4x+4$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+x=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ (thỏa)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0, -\frac{1}{2}\}$.

Câu 4:



4) Xét tứ giác AEDF có $\widehat{AED} + \widehat{AFD} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
 $\Rightarrow$ tứ giác AEDF nội tiếp.
 Xét Δ vuông ABD có: $AD^2 = AE \cdot AB$
 Δ vuông ADC có: $AD^2 = AF \cdot AC$
 $\Rightarrow AE \cdot AB = AF \cdot AC$

5) Xét Δ AEF và Δ ACB có
 $\widehat{A}$ chung
 $\frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AB}$ (cm câu 4))

$\Rightarrow \Delta AEF \sim \Delta ACB$

$\Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{ABC}$

$\Rightarrow \widehat{AFE} + \widehat{CAP} = \widehat{ABC} + \widehat{CAP} = \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{AC} + \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{CP}$
 $= \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{AP} = 90^\circ$

$\Rightarrow$ I là giao điểm của AP và EF

$\Rightarrow \Delta AIF$ vuông tại I

$\Rightarrow AP \perp EF$

3) $CP \perp AC$ & AP là đường kính } $\Rightarrow CP \parallel BH$
 $BH \perp AC$

Tương tự: $BP \parallel CH$

$\Rightarrow HBPC$ là hình bình hành

$\Rightarrow$ Hai đường chéo BC và HP cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

Cm: M là trung điểm BC $\Rightarrow$ M là trung điểm HP

$\Rightarrow OM$ là đường trung bình ΔAHP

$\Rightarrow OM \parallel AH$
 $OM = \frac{1}{2} AH$ ID

TITLE:

Kẻ' đường kính OT cắt đường tròn tại điểm thứ hai N
($N \neq T$)

$\Rightarrow$ TCN là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

$\Rightarrow$ CN $\perp$ TC

$\Rightarrow$ ~~CN $\perp$ TC~~

Do K là trực tâm Δ BTC nên BK $\perp$ TC

$\Rightarrow$ CN $\parallel$ BK

$\Rightarrow$ CNBK là hình bình hành

$\Rightarrow$ M là trung điểm của KN

$\Rightarrow$ OM là đường trung bình Δ NKT

$\Rightarrow \begin{cases} OM \parallel TK, \\ OM = \frac{1}{2} TK \end{cases} \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ AH $\parallel$ TK, AH = TK

$\Rightarrow$ AHK là hbh

TITLE:

Case 5:

$$\begin{cases} \sqrt{4x+5} + 2x = \sqrt{4y+5} + y & (1) \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2 + \sqrt{y+3-x^2} & (2) \end{cases}$$

Đặt: $x \geq -\frac{5}{4}, y \geq -\frac{5}{2}$.

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{4x+5} - \sqrt{4y+5} = y - 2x$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x - 4y}{\sqrt{4x+5} + \sqrt{4y+5}} = y - 2x$$

$$\Leftrightarrow (2x - y) \left(\frac{2}{\sqrt{4x+5} + \sqrt{4y+5}} + 1 \right) = 0$$

$> 0 \quad \forall x, y \text{ thỏa mãn}$

$$\Leftrightarrow 2x - y = 0$$

$$\Leftrightarrow y = 2x$$

Thay $y = 2x$ vào (2) được

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2 + \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = \sqrt{x+1} \\ b = \sqrt{3-x} \end{cases} \quad a, b \geq 0 \Rightarrow ab = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$$

Ta được: $\begin{cases} a + b = 2 + ab \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 + ab \\ (a+b)^2 - 2ab = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 + ab \\ (2+ab)^2 - 2ab = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 + ab \\ a^2b^2 + 2ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 + ab \\ ab(ab+2) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 + ab \\ ab = 0 \quad (\text{vì } ab+2 > 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = 0 \\ a + b = 2 \end{cases}$$

TITLE:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 0 \\ \sqrt{3-x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \quad (\text{th})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ y = 6 \end{cases} \quad (\text{th})$$

Vậy hệ có nghiệm $(x, y) = (-1, -2); (3, 6)$

$$\text{Đề: } \frac{1}{x} + \frac{6}{y} = 2$$

$$\text{Đặt: } 2xy = 6x + y \geq 2\sqrt{6xy}$$

$$\Leftrightarrow xy \geq \sqrt{6xy} \Leftrightarrow \sqrt{xy}(\sqrt{xy} - \sqrt{6}) \geq 0 \Leftrightarrow xy \geq 6$$

Khi đó ta có:

$$P = 3x + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{42}{y} + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$$

$$= 3x + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{42}{y} + x + y + 2\sqrt{xy}$$

$$= \left(2x + 2x + \frac{2}{x^2}\right) + \left(y + \frac{36}{y}\right) + \frac{1}{x} + \frac{6}{y} + 2\sqrt{xy}$$

$$\geq 2\sqrt[3]{2x \cdot 2x \cdot \frac{2}{x^2}} + 2\sqrt{y \cdot \frac{36}{y}} + 2 + 2\sqrt{6}$$

$$= 3 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 2\sqrt{6} = 20 + 2\sqrt{6}$$

Đấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2x = \frac{2}{x^2} \\ y = \frac{36}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$\sqrt{xy} = 6$$

Vậy GTNN của P là $20 + 2\sqrt{6}$ khi $x = 1$ và $y = 6$