

Họ và tên: .....

Số báo danh: .....

**Đề gốc**

**Câu 1 (2.0 điểm):**

a) Cho  $a, b, c$  là các số thực thỏa mãn  $abc = 1$  và  $a + b + c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

Chứng minh rằng ít nhất một trong ba số  $a, b, c$  bằng 1.

b) Cho  $n$  nguyên dương. Chứng minh rằng  $A = 2^{3n+1} + 2^{3n-1} + 1$  là hợp số.

**Câu 2 (2.0 điểm):**

a) Giải phương trình:  $x\sqrt{3-2x} = 3x^2 - 6x + 4$ .

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^3 + 2xy^2 + 12y = 0 \\ x^2 + 8y^2 = 12 \end{cases}$$

**Câu 3 (2.0 điểm):** Cho  $a, b, c > 0$  thỏa mãn  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$ .

Tìm giá trị lớn nhất của:  $P = \frac{1}{\sqrt{a^2-ab+b^2}} + \frac{1}{\sqrt{b^2-bc+c^2}} + \frac{1}{\sqrt{c^2-ca+a^2}}$ .

**Câu 4 (2.0 điểm):** Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại H

a) Chứng minh rằng:  $\cos^2 \hat{BAC} + \cos^2 \hat{CBA} + \cos^2 \hat{ACB} < 1$

b) P là điểm thuộc cung nhỏ AC của đường tròn (O). Gọi M, I lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC và HP. Chứng minh rằng MI vuông góc với AP.

**Câu 5 (2.0 điểm):**

a) Tìm các số nguyên tố  $p$  sao cho  $\frac{p^2-p-2}{2}$  là lập phương của một số tự nhiên

b) Cho 5 số thực không âm  $a, b, c, d, e$  có tổng bằng 1. Xếp 5 số này trên một đường tròn. Chứng minh rằng luôn tồn tại một cách xếp sao cho hai số bất kì cạnh nhau có diện

tích không lớn hơn  $\frac{1}{9}$