

Họ và tên:

Số báo danh:

Đề gốc

Câu 1 (5.0 điểm):

1) Cho biểu thức $A = (a^{2012} + b^{2012} + c^{2012}) - (a^{2008} + b^{2008} + c^{2008})$ với a, b, c là các số nguyên dương. Chứng minh A chia hết cho 30.

2) Cho $f(x) = (2x^3 - 21x - 29)^{2012}$.

Tính $f(x)$ tại $x = \sqrt[3]{7 + \sqrt{\frac{49}{8}}} + \sqrt[3]{7 - \sqrt{\frac{49}{8}}}$

Câu 2 (5.0 điểm):

1) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 12} + 5 = 3x + \sqrt{x^2 + 5}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + xy + x - y - 2y^2 = 0 \\ x - y^2 + x + y = 6 \end{cases}$

Câu 3 (2.0 điểm): Tìm tất cả các số nguyên dương x, y thỏa mãn:

$$2x^2 + 3y^2 - 5xy - x + 3y - 4 = 0$$

Câu 4 (4.0 điểm): Cho A là điểm thuộc nửa đường tròn tâm O đường kính BC (A không trùng với B, C). Gọi H là hình chiếu của A trên BC . Đường tròn đường kính AH cắt AB, AC lần lượt tại M, N .

1) Chứng minh $AO \perp MN$.

2) Cho $AH = \sqrt{2}cm \Rightarrow BC = \sqrt{7}cm$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MNC .

Câu 5 (4.0 điểm):

1) Gọi h_1, h_2, h_3, r lần lượt là độ dài các đường cao và bán kính đường tròn nội tiếp của một tam giác.

Chứng minh rằng tam giác đó là tam giác đều khi và chỉ khi:

$$\frac{1}{h_1 + 2h_2} + \frac{1}{h_2 + 2h_3} + \frac{1}{h_3 + 2h_1} = \frac{1}{3r}$$

2) Trong mặt phẳng cho 8045 điểm mà diện tích của mọi tam giác với các đỉnh là các điểm đã cho không lớn hơn 1. Chứng minh rằng trong số các điểm đã cho có thể tìm được 2012 điểm nằm trong hoặc nằm trên cạnh của một tam giác có diện tích không lớn hơn 1.