

Họ và tên: .....

Số báo danh: .....

Đề gốc

**Câu 1 (1.0 điểm):**

1. Chứng minh  $n^3 + 5n^2 - 6n$  chia hết cho 30, với mọi số nguyên dương  $n$ .
2. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương  $(x; y)$  sao cho  $x^2 + 8y$  và  $y^2 + 8x$  là các số chính phương

**Câu 2 (1.0 điểm):**

1. Giải phương trình  $\sqrt{2x - \frac{3}{x}} + \sqrt{\frac{6}{x} - 2x} = 1 + \frac{3}{2x}$
2. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} \sqrt{\frac{4x}{5y}} = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} \\ \sqrt{\frac{5y}{x}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} \end{cases}$

**Câu 3 (3.0 điểm):** Với các số thực không âm  $x, y, z$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$

1. Chứng minh  $x + y + z \leq 2 + xy$
2. Tìm GTLN và GTNN của biểu thức  $P = \frac{x}{2+yz} + \frac{y}{2+zx} + \frac{z}{2+xy}$

**Câu 4 (3.0 điểm):** Cho tam giác nhọn  $\triangle ABC$  ( $BC > CA > AB$ ) nội tiếp đường tròn (O) và có trục tâm H. Đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC cắt tia phân giác góc  $\widehat{ABC}$  tại điểm thứ hai M. Gọi P là trục tâm tam giác BCM

1. Chứng minh bốn điểm A, B, C, P cùng thuộc một đường tròn.
2. Đường thẳng H song song với AO cắt cạnh BC tại E. Gọi F là điểm trên cạnh BC sao cho  $CF = BE$ . Chứng minh ba điểm A, F, O thẳng hàng.
3. Gọi N là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM, Chứng minh  $PN = PO$

**Câu 5 (2.0 điểm):** Trên bàn có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Hai người A và B lần lượt mỗi người lấy 1 tấm thẻ trên bàn sao cho nếu người A lấy tấm thẻ đánh số  $n$  thì đảm bảo người B chọn được tấm thẻ đánh số  $2n + 2$ . Hỏi người A có thể lấy được nhiều nhất bao nhiêu tấm thẻ trên bàn thỏa mãn yêu cầu trên?