

PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM (7,0 ĐIỂM)

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC và (α) là mặt phẳng đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (SAB) . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là một:

- A. Hình ngũ giác. B. Hình thang. C. Hình tam giác. D. Hình bình hành.

Câu 2. Dãy số $u_n = \frac{2n+13}{3n-2}$ là

- A. Dãy số hằng. B. Dãy số tăng.
C. Dãy số giảm. D. Dãy số không tăng không giảm.

Câu 3. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a+1)n^2 + 2n - 3}{2n^2 + a^2 - a} = 3$ ($a \in \mathbb{R}$ cho trước). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a \in (6; 9)$. B. $a \in (7; +\infty)$. C. $a \in (2; 5)$. D. $a \in (3; 6)$.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

- A. $u_6 = -160$. B. $u_6 = 320$. C. $u_6 = -320$. D. $u_6 = 160$.

Câu 5. Dãy số nào dưới đây là một cấp số nhân hữu hạn?

- A. 2; 3; 4; 5; 6. B. 1; 3; 9; 27; 81. C. 1; 3; 6; 9; 12. D. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \frac{1}{8}$.

Câu 6. Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình thang. B. Hình thoi. C. Hình chữ nhật. D. Hình bình hành.

Câu 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau.
B. Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.
C. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành bằng nhau.
D. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.

Câu 8. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2\cos\left(\frac{\pi}{3} + n\pi\right)}{2n^2 + 1}$. Khi đó

- A. $\lim u_n = -\infty$. B. $\lim u_n = 0$.
C. $\lim u_n$ không tồn tại. D. $\lim u_n = +\infty$.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12, u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

- A. $S_{16} = 24$. B. $S_{16} = -25$. C. $S_{16} = -24$. D. $S_{16} = 26$.

Câu 10. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3, d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $u_2 = 2$. B. $u_4 = 8$. C. $u_3 = 5$. D. $u_5 = 15$.

Câu 11. Biết $-2; a; 6$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Giá trị của a bằng

- A. 2. B. 6. C. -2. D. 4.

Câu 12. Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

- A. Thứ 6. B. Không phải là số hạng của cấp số.
C. Thứ 5. D. Thứ 7.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SAC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (IJK) và (ABC) có đúng một điểm chung. B. (IJK) trùng (ABC) .
C. (IJK) và (ABC) một đường thẳng chung. D. (IJK) song song với (ABC) .

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) có dạng liệt kê là $2; 4; 8; 16; \dots$. Số hạng tổng quát của cấp số nhân đã cho là

- A. $u_n = 2^{n+1}$. B. $u_n = 2 + 2^{n-1}$. C. $u_n = 2^{n-1}$. D. $u_n = 2^n$.

Câu 15. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $1; 0; -1; -2; -3$. B. $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}$. C. $1; 1; 1; 1; 1$. D. $1; 3; 5; 7; 9$.

Câu 16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3}{7n^2 - 2}$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $-\frac{1}{7}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A. $(A'C'C)$. B. (BDA') . C. (BCA') . D. $(BC'D)$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) . B. (SCD) . C. $(ABCD)$. D. (SBC) .

Câu 19. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng $+\infty$?

- A. $u_n = \frac{3n-1}{n^2+1}$. B. $u_n = \frac{5n+1}{10n+3}$. C. $u_n = 3^n$. D. $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$.

Câu 20. Cho hai đường thẳng a và b lần lượt nằm trên hai mặt phẳng (P) và (Q) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // (Q)$. B. Nếu $a // b$ thì $(P) // (Q)$.
C. Nếu $a // (Q)$ thì $a // b$. D. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // b$.

Câu 21. Cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n^2+1} + 2 - 4n}{n+1} = a\sqrt{2} + b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a = 3b$. B. $\sqrt{a-2b+3} < 3$. C. $a + 4b = 0$. D. $a + b > 2$.

Câu 22. Cho (u_n) là cấp số cộng thỏa mãn $u_3 + u_5 + 2u_9 = 100$. Tính tổng 12 số hạng đầu của cấp số cộng.

- A. $S_{12} = 600$. B. $S_{12} = 300$. C. $S_{12} = 1200$. D. $S_{12} = 100$.

Câu 23. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + 3u_3 = 19 \\ 3u_2 - u_5 + u_8 = 15 \end{cases}$. Số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đã cho lần lượt là

- A. $u_1 = -1; d = -2$. B. $u_1 = 2; d = 1$. C. $u_1 = 1; d = 2$. D. $u_1 = -2; d = -1$.

Câu 24. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

- A. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.
B. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.
C. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.
D. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng kia.

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_4 = 2, u_5 = 6$. Tìm công bội q của cấp số nhân.

- A. $q = \frac{1}{3}$. B. $q = 4$. C. $q = 3$. D. $q = -4$.

Câu 26. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $\frac{1}{n+2}$. B. $n^2 + 2n$. C. $3^n - 1$. D. $\frac{2n-1}{2n+1}$.

Câu 27. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{99^n + 3 \cdot 100^n}{100^{n+1} - 1}$ bằng

- A. $\frac{99}{100}$. B. $\frac{3}{100}$. C. 3. D. 99.

Câu 28. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} (2u_n - 3) = 0$. Khi đó $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. -3.

Câu 29. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{n^3+1}$ bằng

- A. 3. B. $-\infty$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 30. Cho cấp số nhân $\frac{-1}{5}; a; \frac{-1}{125}$. Tập tất cả giá trị của a là:

- A. $a = \pm \frac{1}{25}$. B. $a = \pm 5$. C. $a = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$. D. $a = \pm \frac{1}{5}$.

Câu 31. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

- A. 15. B. 12. C. 16. D. 14.

Câu 32. Cho cấp số cộng (u_n) . Công thức nào sau đây dùng để tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng đã cho?

- A. $S_n = \frac{n}{2} [u_1 + (n-1)d]$. B. $S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + nd]$. C. $S_n = \frac{1}{2} [2u_1 + (n-1)d]$. D. $S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d]$.

Câu 33. Cho một đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với (P) ?

- A. 2. B. 1. C. vô số. D. 0.

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$. B. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$. C. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$. D. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.

Câu 35. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 4n + 5}{2n + 1}$ bằng

- A. 1. B. $-\infty$. C. 0. D. $+\infty$.

PHẦN 2: TỰ LUẬN (3,0 ĐIỂM)

Câu 36. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n - 4}{1 + 2n - 4n^2}$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$.

a) Gọi M, N lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$. Chứng minh đường thẳng MN song song mặt phẳng $(BCC'B')$.

b) Gọi G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ và H là trung điểm của BC . Chứng minh đường thẳng BG song song với mặt phẳng (AHC') .

Câu 38. Cho dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_1 = -5 \\ u_{n+1} = 4u_n - 9; \forall n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n + 3^n}{3^{n+1} - 3}$.

ĐÁP ÁN

PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM

1	B	6	A	11	A	16	D	21	C	26	A	31	D
2	C	7	C	12	A	17	D	22	B	27	B	32	D
3	D	8	B	13	D	18	D	23	C	28	B	33	B
4	A	9	A	14	D	19	C	24	B	29	C	34	B
5	B	10	C	15	D	20	A	25	C	30	A	35	D

PHẦN 2: TỰ LUẬN

Câu 36. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n - 4}{1 + 2n - 4n^2}$.

Giải: Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n - 4}{1 + 2n - 4n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{n} - \frac{4}{n^2}}{\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n} - 4} = -\frac{1}{2}$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$.

a) Gọi M, N lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$. Chứng minh đường thẳng MN song song với mặt phẳng $(BCC'B')$.

b) Gọi G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ và H là trung điểm của BC . Chứng minh đường thẳng BG song song với mặt phẳng (AHC') .

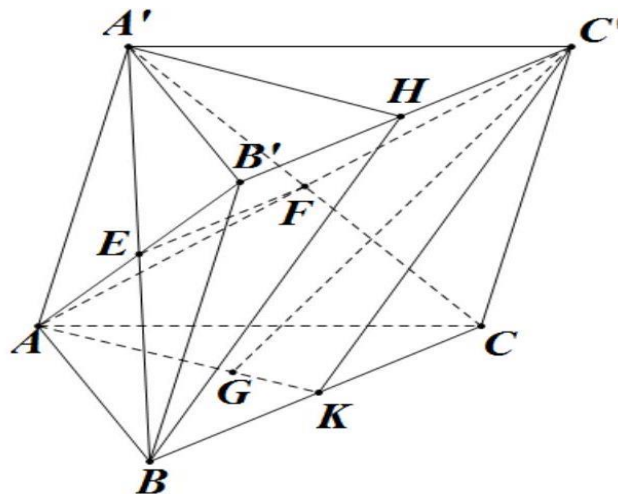
Giải:

a) Ta có $EF \parallel BC$ tính chất đường trung bình)

Mà $BC \subset (BCC'B')$ nên EF song song với mặt phẳng $(BCC'B')$.

b) Gọi K là trung điểm của BC .

Ta có $(A'BH) \parallel (C'AK)$ mà $C'G \subset (C'AK)$ nên $C'G$ song song với mặt phẳng $(A'BH)$.



Câu 38. <VDDC> Cho dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_1 = -5 \\ u_{n+1} = 4u_n - 9; \forall n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n + 3^n}{3^{n+1} - 3}$.

Giải: Ta có $(u_n): \begin{cases} u_1 - 3 = -8 \\ u_{n+1} - 3 = 4(u_n - 3); \forall n = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \Rightarrow u_n - 3 = -8 \cdot 4^{n-1} = -2 \cdot 4^n \Rightarrow u_n = -2 \cdot 4^n + 3.$

Do đó $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n + 3^n}{4^{n+1} - 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2 \cdot 4^n + 3^n + 3}{3^{n+1} - 3} = -\infty.$