

Câu 1: Tính thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao là h .

- A. $V = B^2h$. B. $V = Bh$. C. $V = Bh^2$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 2: Cho a, b là các số thực dương tùy ý. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. B. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$. C. $\ln(a+b) = \ln a \cdot \ln b$. D. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		-3		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -2 . B. 4 . C. -3 . D. 3 .

Câu 4: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $y' = x \ln 2$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. C. $y' = \frac{\ln 2}{x}$. D. $y' = \frac{x}{\ln 2}$.

Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-3}$ là đường thẳng

- A. $x=2$. B. $x=3$. C. $x=-3$. D. $x=-1$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'	$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$		2		1		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x) = 1$ là

- A. 4 . B. 3 . C. 1 . D. 2 .

Câu 7: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng

- A. 3 . B. 1 . C. -3 . D. -1 .

Câu 8: Số mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là

- A. 4 . B. 9 . C. 3 . D. 6 .

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 27$ là

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(9; +\infty)$. D. $(0; 3)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			-1		-1				
	$-\infty$			-2			$-\infty$		

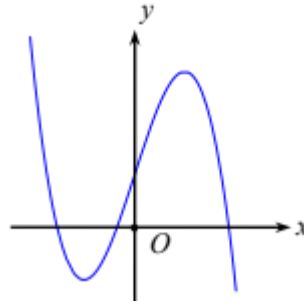
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(-1;0)$. D. $(0;+\infty)$.

Câu 11: Đạo hàm của hàm số $y = 2^{3x}$ là

- A. $2^{3x} \cdot \ln 2$. B. $3 \cdot 2^{3x} \cdot \ln 3$. C. $3 \cdot 2^{3x} \cdot \ln 2$. D. $3 \cdot 2^{3x}$.

Câu 12: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong ở hình bên?



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 13: Cho $\log_a b = \alpha$ với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a = b^\alpha$. B. $b = a^\alpha$. C. $b = \alpha \cdot a$. D. $a = b \cdot \alpha$.

Câu 14: Khối trụ tròn xoay có đường sinh l , bán kính đáy r thì có diện tích xung quanh S_{xq} là

- A. $S_{xq} = \pi r l$. B. $S_{xq} = 2\pi r l$. C. $S_{xq} = 4\pi r l$. D. $S_{xq} = \frac{\pi r l}{2}$.

Câu 15: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.
C. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (x - 2023)^{\frac{7}{5}}$ là

- A. $(2023; +\infty)$. B. $(-2023; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2023\}$. D. $(-\infty; 2023)$.

Câu 17: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 1$.

- A. $S = \left[1; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 18: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = \frac{x+1}{x-2}$. C. $y = -x^4 - 3x$. D. $y = -x^3 - 2x$.

Câu 19: Với C là hằng số, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C$ ($\alpha \neq -1$). B. $\int x^\alpha dx = (\alpha-1) \cdot x^{\alpha-1} + C$.
C. $\int x^\alpha dx = \alpha \cdot x^{\alpha-1} + C$. D. $\int x^\alpha dx = (\alpha+1) x^{\alpha+1} + C$.

Câu 20: Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 21: Cho hình lập phương có độ dài mỗi cạnh là $2\sqrt{2}$. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. $\frac{16\sqrt{2}}{3}$.

B. 16.

C. $16\sqrt{2}$.

D. 64.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $10^x = 5$ là

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 2$.

C. $x = \log 5$.

D. $x = \log_5 10$.

Câu 23: Cho biểu thức $P = \sqrt[n]{x^m}$ với $m \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{Q}, n \geq 2$ và $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{m}{n}}$.

B. $P = x^{\frac{n}{m}}$.

C. $P = x^{mn}$.

D. $P = x^{m+n}$.

Câu 24: Biết đồ thị hàm số bậc ba $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có một điểm cực trị là $A(3; -3)$ và đi qua điểm $B(2; 2)$, tính $a + b + c$.

A. $a + b + c = 30$.

B. $a + b + c = 36$.

C. $a + b + c = 18$.

D. $a + b + c = 12$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = 4x^3 - m + 1$, $f(2) = 1$ và đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Tìm được $f(x) = ax^4 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$, tính $a + b + c$.

A. -11.

B. -5.

C. -13.

D. -7.

Câu 26: Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{mx + 3}{2x - 2023}$ đi qua điểm $M(1; 3)$?

A. $m = -2$.

B. $m = -6$.

C. $m = 2$.

D. $m = 6$.

Câu 27: Một khối chóp có diện tích đáy $B = 9a^2$ và thể tích $V = 3a^3$. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A. $6a$.

B. $3a$.

C. a .

D. $2a$.

Câu 28: Biết phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x - 4 = 0$ có nghiệm $x = \log_a b$ (a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 10), giá trị của $a - b$ bằng

A. 1.

B. -2.

C. 2.

D. -1.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = e^x + 9$, với C là hằng số. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = e^x + 9x + C$.

B. $\int f(x) dx = e^x - 9x + C$.

C. $\int f(x) dx = e^{x-9} + C$.

D. $\int f(x) dx = e^x + C$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2022$, $f(2) = 2023$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

A. $S = \ln 4035$.

B. $S = \ln 2$.

C. $S = 4$.

D. $S = 1$.

Câu 31: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$, ta được

A. $P = \sqrt{x}$.

B. $P = x^{\frac{1}{9}}$.

C. $P = x^{\frac{1}{3}}$.

D. $P = x^2$.

Câu 32: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 12.

B. 2.

C. 6.

D. 3.

Câu 33: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x - 1$ tại điểm $M(1; 0)$ là

A. $y = x - 1$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = -x + 1$.

D. $y = -x - 1$.

Câu 34: Cho mặt cầu có bán kính bằng $3a$. Thể tích khối cầu bằng

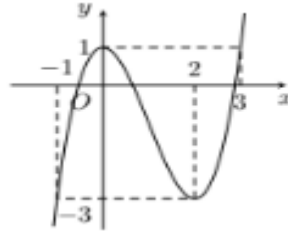
A. $36\pi a^3$.

B. $12\pi a^3$.

C. $9\pi a^3$.

D. $18\pi a^3$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$ bằng



A. 1.

B. 2.

C. -2.

D. 4.

Câu 36: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^8$ bằng

A. $\frac{1}{8}\log_3 a$.

B. $8\log_3 a$.

C. $8 - \log_3 a$.

D. $8 + \log_3 a$.

Câu 37: Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ lần lượt là x_A, x_B . Giá trị của biểu thức $x_A + x_B$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 5.

Câu 38: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật với $AB = 4a$, $BC = a$, cạnh bên $SD = 2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$.

B. $\frac{8}{3}a^3$.

C. $3a^3$.

D. $6a^3$.

Câu 40: Biết phương trình $\log_5^2 x - m\log_5 x - 7 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tích $x_1 \cdot x_2$.

A. $x_1 \cdot x_2 = 5^{-m}$.

B. $x_1 \cdot x_2 = -7$.

C. $x_1 \cdot x_2 = 5^{-7}$.

D. $x_1 \cdot x_2 = 5^m$.

Câu 41: Cắt hình nón có chiều cao h bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân. Biết diện tích xung quanh của hình nón là $8\pi\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{64\pi}{3}$.

C. $16\pi\sqrt{2}$.

D. 8π .

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^{2023} \cdot (x^2 + (m+2)x - 1 - m)$ với m là tham số thực. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2023; 2023)$ để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

A. 2023.

B. 2021.

C. 2022.

D. 2024.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = 9a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC ; P, Q lần lượt là hai điểm thuộc cạnh SB và SC thỏa $\frac{SP}{SB} = \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$. Thể tích khối tứ diện $AOPQ$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = mx^4 + (m+8)x^2 + 1$ với m là tham số thực. Trên đoạn $[0; 2]$, nếu giá trị lớn nhất của hàm số bằng $f(1)$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số đó bằng

A. -21.

B. $\frac{11}{3}$.

C. $-\frac{61}{3}$.

D. 4.

Câu 45: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh a , $BAD = 60^\circ$ và $A'A = a\sqrt{5}$. Biết rằng mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy và hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc 45° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{4}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Câu 46: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{2023}(x+m) + \log_{\frac{1}{2023}}(x^2 - x + 2m) = 0$ có đúng một nghiệm thực. Tính tổng các phần tử của S .

A. 0.

B. -3.

C. -3.

D. -2.

Câu 47: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $BC = a\sqrt{2}$ và góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

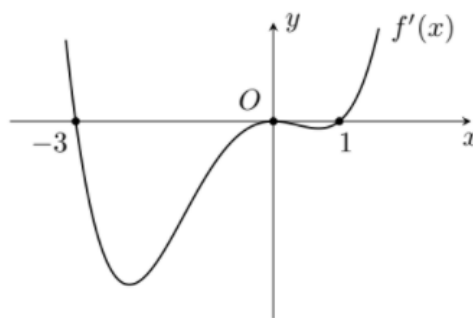
A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $a^3\sqrt{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có $f(-3) < 0$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Tìm số điểm cực đại của hàm số $g(x) = [f(x-1)]^{1982}$



A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;10]$ để bất phương trình $\log_2 \frac{x^2 + 2x + m + 1}{x^2 + 2x + 2} \geq 2x^2 + 4x + 7 - 2m$ có nghiệm. Số phần tử của tập hợp S bằng

A. 9.

B. 7.

C. 10.

D. 8.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $125 \cdot 5^{x^2} - (12x^2 - 12m + 37)5^m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN

1	B	6	C	11	C	16	A	21	C	26	D	31	A	36	B	41	A	46	D
2	D	7	D	12	A	17	D	22	C	27	C	32	D	37	D	42	B	47	B
3	C	8	D	13	B	18	D	23	A	28	D	33	C	38	D	43	C	48	C
4	B	9	B	14	B	19	A	24	D	29	A	34	A	39	B	44	C	49	A
5	B	10	A	15	B	20	A	25	B	30	D	35	C	40	D	45	A	50	C

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^{2023} \cdot (x^2 + (m+2)x - 1 - m)$ với m là tham số thực. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2023; 2023)$ để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

A. 2023.

B. 2021.

C. 2022.

D. 2024.

Lời giải

▪ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0) \Leftrightarrow x^{2023} \cdot (x^2 + (m+2)x - 1 - m) \leq 0, \forall x \in (-\infty; 0)$

$$\Leftrightarrow (x^2 + (m+2)x - 1 - m) \geq 0, \forall x \in (-\infty; 0)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{-x^2 - 2x + 1}{x - 1}, \forall x \in (-\infty; 0).$$

$$\Leftrightarrow m \leq \min_{(-\infty; 0)} g(x) \Leftrightarrow m \leq -1,158...$$

▪ Do $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in (-2023; 2023)$ nên $m \in \{-2022; -18; \dots; -2\}$.

Vậy có 2021 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 2 : Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{2023}(x+m) + \log_{\frac{1}{2023}}(x^2 - x + 2m) = 0$ có đúng một nghiệm thực. Tính tổng các phần tử của S .

A. 0.

B. -3.

C. -3.

D. -2.

Lời giải

▪ Phương trình đã cho tương đương: $\log_{2023}(x+m) = \log_{2023}(x^2 - x + 2m)$

$$\begin{cases} x+m > 0 \\ x+m = x^2 - x + 2m \end{cases} \quad \begin{cases} x+m > 0 \\ m = -x^2 + 2x \end{cases} \quad \begin{cases} x - x^2 + 2x > 0 \\ m = -x^2 + 2x \end{cases} \quad \begin{cases} -x^2 + 3x > 0 \\ m = -x^2 + 2x \end{cases} \quad \begin{cases} 0 < x < 3 \\ m = -x^2 + 2x \end{cases}$$

▪ Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x) = -x^2 + 2x$ trên $(0; 3)$.

▪ Dựa vào BBT, ta thấy YCBT $\hat{m} = 1$ $\hat{m} = 3 < m \leq 0$.

▪ Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là -2.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = mx^4 + (m+8)x^2 + 1$ với m là tham số thực. Trên đoạn $[0; 2]$, nếu giá trị lớn nhất của hàm số bằng $f(1)$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số đó bằng

A. -21.

B. $\frac{11}{3}$.

C. $-\frac{61}{3}$.

D. 4.

Lời giải

▪ Ta có: $f'(x) = 4mx^3 + 2(m+8)x$.

▪ Trên đoạn $[0; 2]$, giá trị lớn nhất của hàm số bằng $f(1)$ nên $f'(1) = 0 \Leftrightarrow 4m \cdot 1^3 + 2(m+8) \cdot 1 = 0$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{8}{3}$$

Suy ra, $f(x) = -\frac{8}{3}x^4 + \left(-\frac{8}{3} + 8\right)x^2 + 1 = -\frac{8}{3}x^4 + \frac{16}{3}x^2 + 1.$

▪ Dùng MT Casio, ta tìm được giá trị nhỏ nhất của hàm số đó trên đoạn $[0; 2]$ bằng $-\frac{61}{3}.$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = 9a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC ; P , Q lần lượt là hai điểm thuộc cạnh SB và SC thỏa $\frac{SP}{SB} = \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$. Thể tích khối tứ diện $AOPQ$ bằng

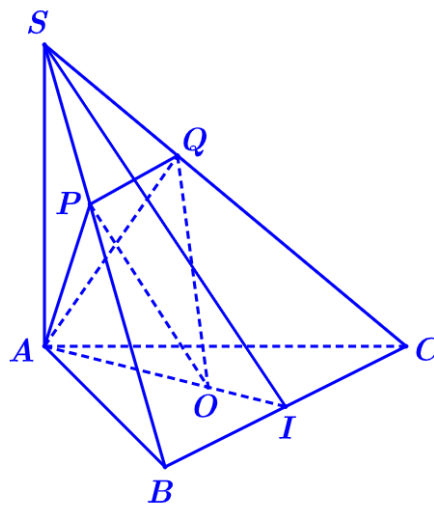
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Lời giải

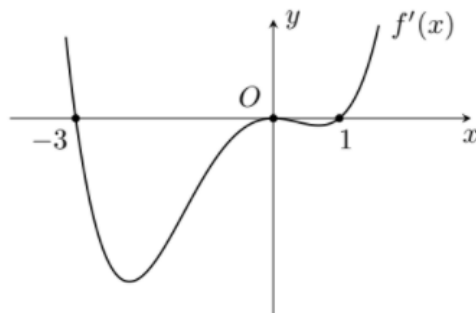


▪ Gọi I là trung điểm của BC .

▪ Ta có:
$$\begin{aligned} V_{APQG} &= \frac{1}{3} S_{\Delta APQ} \cdot d(O, (APQ)) \\ &= \frac{1}{3} S_{\Delta APQ} \cdot \frac{2}{3} d(I, (APQ)) \\ &= \frac{2}{3} V_{I.APQ} \\ &= \frac{4}{3} V_{S.APQ} \\ &= \frac{4}{3} \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SB} \cdot \frac{SQ}{SC} V_{S.ABC} \\ &= \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} \\ &= \frac{4}{81} \cdot 9a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{a^3\sqrt{3}}{9}. \end{aligned}$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có $f(-3) < 0$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Tìm số

điểm cực đại của hàm số $g(x) = [f(x-1)]^{1982}$.



A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

- Từ đồ thị đã cho, ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			$f(-3) < 0$			$+\infty$
						$-\infty$

- $g'(x) = 1982 \cdot [f(x-1)]^{1981} \cdot f'(x-1)$

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x-1) = 0 \\ f(x-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -3 \\ x-1 = 1 \\ x-1 = 0 \\ x-1 = a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 1 \\ x = a+1 > 2 \end{cases}.$$

- Ta có: $\begin{cases} f(x-1) > 0 \Leftrightarrow x > a+1 \\ f'(x-1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 2 \end{cases} \end{cases}$

- Lập bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$	-2	1	2	$1+a$	$+\infty$
$f'(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x-1)$		$-$	$-$	$-$	0	$+$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$		$f(-2)$	$f(2)$	$f(1+a)$	$+\infty$

- Từ bảng biến thiên trên, ta nhận thấy hàm số $g(x)$ có 1 điểm cực đại.

Câu 6: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;10]$ để bất phương trình

$$\log_2 \frac{x^2 + 2x + m + 1}{x^2 + 2x + 2} \geq 2x^2 + 4x + 7 - 2m \text{ có nghiệm. Số phần tử của tập hợp } S \text{ bằng}$$

A. 9.

B. 7.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

- Điều kiện xác định của phương trình:

$$\frac{x^2 + 2x + m + 1}{x^2 + 2x + 2} > 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + m + 1 > 0 \text{ (vì } x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1 > 0 \text{ với mọi } x). (*)$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} \log_2 \frac{x^2 + 2x + m + 1}{x^2 + 2x + 2} &\geq 2x^2 + 4x + 7 - 2m \\ \Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2 + 2x + m + 1}{x^2 + 2x + 2} - 1 &\geq 2x^2 + 4x + 6 - 2m \\ \Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2 + 2x + m + 1}{2(x^2 + 2x + 2)} &\geq 2 \cdot [2(x^2 + 2x + 2)] - 2(x^2 + 2x + m + 1) \\ \Leftrightarrow \log_2 (x^2 + 2x + m + 1) + 2(x^2 + 2x + m + 1) &\geq \log_2 2(x^2 + 2x + 2) + 2 \cdot [2(x^2 + 2x + 2)]. \quad (1) \end{aligned}$$

- Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + 2t$ với $t > 0$.

Ta có: $f'(t) = \frac{1}{t \cdot \ln 2} + 2 > 0, \forall t > 0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow f(x^2 + 2x + m + 1) \geq f(2(x^2 + 2x + 2))$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + m + 1 \geq 2(x^2 + 2x + 2).$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 \leq m.$$

- Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 \leq m$ có nghiệm trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \min g(x)$ với $g(x) = x^2 + 2x + 3$.

- Ta có: $g(x) = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó, $\min g(x) = 2 \Rightarrow m \geq 2$.

- Vì $m \in [0;10]$ và nên tập $S = \{2; 3; \dots; 10\}$.

Vậy S có 9 phần tử.

Câu 7: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh a , $BAD = 60^\circ$ và $A'A = a\sqrt{5}$. Biết rằng mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy và hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc 45° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

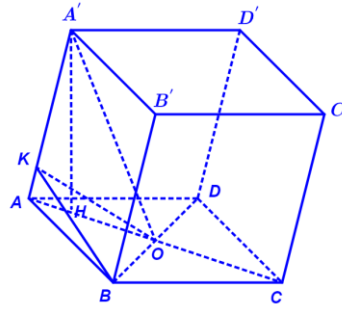
A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{4}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Lời giải



▪ Vì $ABCD$ là hình thoi có cạnh a , $BAD = 60^\circ$ nên $\triangle ABD$ là tam giác đều có cạnh là a .

Do đó, $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = 2 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$.

▪ Gọi H là chân đường cao của khối lăng trụ hạ từ đỉnh A' .

Vì $(AA'C'C) \perp (ABCD)$ và $(AA'C'C) \cap (ABCD) = AC$ nên $A'H \perp AC$.

▪ Ta có: $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BO \perp AA' \quad (1)$

Trong $(AA'C'C)$, kẻ $OK \perp AA' \quad (2)$

Từ (1), (2) $\Rightarrow AA' \perp KB \quad (3)$

Suy ra $\left((AA'C'C), (AA'B'B) \right) = OKB = 45^\circ$.

Lúc đó, $\triangle BOK$ là tam giác vuông cân tại O nên $OK = OB = \frac{a}{2}$.

▪ Xét $\triangle A'AO$ có: $A'H \cdot AO = OK \cdot AA' \Rightarrow A'H = \frac{OK \cdot AA'}{AC} = \frac{\frac{a}{2} \cdot a\sqrt{5}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ cần tìm là: $V = A'H \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{15}}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{5}}{2}$.

Câu 8: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $125 \cdot 5^{x^2} - (12x^2 - 12m + 37)5^m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

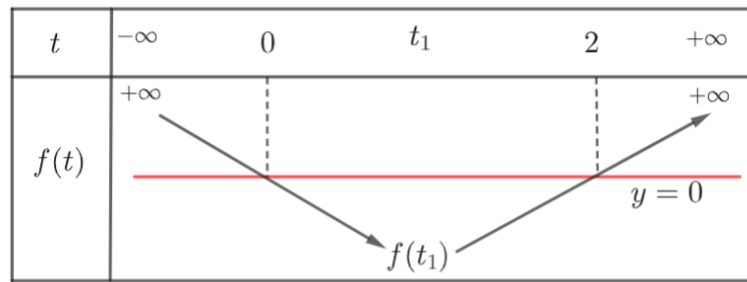
▪ Xét phương trình: $125 \cdot 5^{x^2} - (12x^2 - 12m + 37)5^m = 0 \Leftrightarrow 5^{x^2+3-m} - 12(x^2 + 3 - m) - 1 = 0$

▪ Đặt $t = x^2 + 3 - m$. Khi đó phương trình trở thành: $5^t - 12t - 1 = 0 (*)$.

▪ Xét hàm số $f(t) = 5^t - 12t - 1$ có $f'(t) = 5^t \ln 5 - 12$

Ta có: $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 5^t = \frac{12}{\ln 5} \Leftrightarrow t = \log_5 \left(\frac{12}{\ln 5} \right) = t_1$. Suy ra: $f(t_1) \approx 1,248 < 0$.

▪ BBT của hàm số $f(t) = 5^t - 12t - 1$:



- Dựa vào BBT suy ra: $5^t - 12t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3 - m = 0 \\ x^2 + 3 - m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = m - 3 \\ x^2 = m - 1 \end{cases}.$
- Yêu cầu của bài toán tương đương: $\begin{cases} m - 3 < 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 3.$

Vậy $m = 2$ thỏa yêu cầu bài toán.