

Câu I. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 \right)$ (với $x \geq 0, x \neq 1$).

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

Câu II. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $x^2 - 4x + 2\sqrt{3} = 0$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{x-1} + \frac{1}{y} = 4 \\ \sqrt{x-1} - \frac{1}{y} = -1 \end{cases}$$

Câu III. (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2mx - m^2 - m - 2$ (với m là tham số).

1. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) biết điểm M có hoành độ bằng -3 .
2. Tìm điều kiện của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là hai giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) , xác định m để $x_1 y_2 + x_2 y_1 = 2m^3 + 6$.

Câu IV. (1,0 điểm) Trong tháng 4 năm 2023, hai hộ gia đình bác An và bác Bình dùng hết tổng cộng 500 nghìn đồng tiền điện. Sang tháng 5 năm 2023, do tăng cường thực hiện việc sử dụng điện an toàn, tiết kiệm và hiệu quả; nhà bác An giảm được 15% tiền điện và nhà bác Bình giảm được 10% tiền điện; kết quả là cả hai hộ gia đình tiết kiệm được tổng cộng 65 nghìn đồng tiền điện so với tháng 4 năm 2023. Hỏi trong tháng 4 năm 2023, mỗi hộ gia đình dùng hết bao nhiêu đồng tiền điện?

Câu V. (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm S nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Một đường thẳng đi qua S (không đi qua tâm O) cắt đường tròn $(O; R)$ tại hai điểm M và N với M nằm giữa S và N .

1. Chứng minh tứ giác $SAOB$ nội tiếp.

2. Chứng minh $SB^2 = SM \cdot SN$.

3. Cho $SO = R\sqrt{5}$ và $MN = R\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm MN . Tính độ dài đoạn thẳng OE và diện tích tam giác SOM theo R .

4. Tiếp tuyến tại M của đường tròn $(O; R)$ cắt SA, SB lần lượt tại P, Q . Gọi giao điểm của OQ, OP với AB lần lượt là I và H . Chứng minh ba đường thẳng OM, QH, PI đồng quy.

Câu VI. (0,5 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{ab}{\sqrt{c+ab}} + \frac{bc}{\sqrt{a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{b+ca}}$.

--- HẾT ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Cán bộ coi thi số 1: Cán bộ coi thi số 2: