

Họ và tên:

Số báo danh:

Đề gốc

Câu 1 (2.0 điểm):

a) So sánh biểu thức

$$A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x - 5\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{3}\right)$$

với $-\frac{5}{2}$

b) Tính giá trị của biểu thức :

$$B = \frac{4x^{2024}(x+1) - 2x^{2023} + 2x + 1}{2x^2 + 3x}$$

$$\text{tại } x = \sqrt{\frac{1}{2\sqrt{3} - 2} - \frac{3}{2\sqrt{3} + 2}}$$

Câu 2 (2.0 điểm):

a) Giải phương trình:

$$3x - 1 + \frac{x-1}{4x} = \sqrt{3x+1}$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + xy = 8 \\ \frac{1}{x^2+2x} + \frac{1}{y^2+2y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Câu 3 (2.0 điểm):

a) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn phương trình:

$$y^2 - 5y + 62 = (y - 2)x^2 + (y^2 - 6y + 8)x$$

b) Cho đa thức $P(x)$ với các hệ số nguyên thỏa mãn $P(2021).P(2022) = 2023$. Chứng minh rằng đa thức $P(x) - 2004$ không có nghiệm nguyên.

Câu 4 (3.0 điểm):

a) Cho đường tròn (O) và dây cung AB không đi qua tâm O . Gọi M là điểm chính giữa của cung AB , D là một điểm thay đổi trên cung lớn AB (D khác A và B), DM cắt AB tại C

- Chứng minh rằng $MB - BD = MD - BC$

- Chứng minh rằng MB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và khi điểm D thay đổi thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD nằm trên một đường thẳng cố định

b) Cho hình thoi $ABCD$ có $AB = \sqrt{2}$. Gọi R_1, R_2 lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và ABD . Chứng minh rằng $R_1 + R_2 \geq 2$

Câu 5 (1.0 điểm): Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $x^2 + 4b^2 + c = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất biểu thức :

$$P = \frac{a}{2b+c} + \frac{2b}{a+c} + \frac{a^2+8b^2}{16c}$$