

ĐỀ CHÍNH THỨC

- Thí sinh làm bài (Phần trắc nghiệm khách quan và phần tự luận) ra tờ giấy thi, không làm vào đề thi. Câu hỏi trắc nghiệm khách quan chỉ có một lựa chọn đúng.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng trong những câu sau:

Câu 1. Giá trị của biểu thức $A = \left(\frac{1}{2} + 1\right)\left(\frac{1}{3} + 1\right)\left(\frac{1}{4} + 1\right) \dots \left(\frac{1}{99} + 1\right)$ là

- A. 50. B. 51. C. 49. D. 38.

Câu 2. Biết $\frac{2}{5} \cdot 5^{x+1} - \frac{13}{125} \cdot 5^{x+3} = -1375$ giá trị biểu thức $2x-1$ là

- A. 6. B. -5. C. 5. D. -6.

Câu 3. Tập hợp các giá trị của x thỏa mãn $|x-1,2|-3=3,7$ là M . Số phần tử của tập hợp M là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 4. Cho x, y là các chữ số thỏa mãn $\overline{0,x(y)} - \overline{0,y(x)} = 8.0,0(1)$ và $x+y=9$. Giá trị của x, y là

- A. $x=2; y=7$. B. $x=5; y=4$. C. $x=8; y=1$. D. $x=3; y=6$.

Câu 5. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ ta chứng minh được tỉ lệ thức:

- A. $\frac{a^2 - c^2}{b^2 - c^2} = \frac{c}{a}$ B. $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{c}{b}$ C. $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$ D. $\frac{a^2 - c^2}{b^2 - c^2} = \frac{a}{c}$

Câu 6. Cho bảng sau:

x	$x_1 = -4$	x_2	$x_3 = -2$
y	y_1	$y_2 = 6$	$y_3 = 4$

Biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Giá trị của biểu thức $H = 3x_2 - 2y_1$ là

- A. $H = -7$. B. $H = 7$. C. $H = 25$. D. $H = -25$.

Câu 7. Với $x, y, z \neq 0$ và $x+y+z=0$. Giá trị của biểu thức $(1+\frac{x}{y})(1+\frac{y}{z})(1+\frac{z}{x})$ là

- A. 0. B. -1. C. -3. D. 3.

Câu 8. Cho đa thức $f(x) = -\frac{1}{3}(x^2 - 3x + 3)^{2022} \cdot (x^2 - 4x + 4)^{2023}$. Tổng các hệ số của đa thức $f(x)$ bằng

- A.** $-\frac{1}{3}$ **B.** $-\frac{7}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{7}{3}$

Câu 9. Gieo ngẫu nhiên xúc xắc (6 mặt) một lần. Gọi $\frac{a}{b}$ là xác suất của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chia hết cho 2”. Giá trị biểu thức $2022^a + b$ là

- A.** 2022. **B.** 2023. **C.** 2024. **D.** 2025.

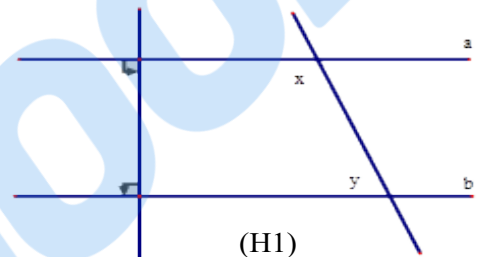
Câu 10. Cho 25 đường thẳng phân biệt cắt nhau tại một điểm. Số cặp góc đối đỉnh (không kể góc bẹt) được tạo thành là

- A.** 500. **B.** 600. **C.** 1200. **D.** 1225.

Câu 11.

Cho hình vẽ (H1), biết $a \parallel b$ và

$$\frac{x + 10^0}{y - 10^0} = \frac{7}{2}.$$



Giá trị của $\sqrt{x^2 - y^2}$ là

- A.** 120^0 . **B.** 130^0 . **C.** 125^0 . **D.** 150^0 .

Câu 12. Cho tam giác ABC cân tại A . Vẽ đường trung tuyến AM ($M \in BC$). Khẳng định nào sau đây là *sai*?

- A.** $\widehat{MAB} = \widehat{MAC}$. **B.** $AB = MC$
C. $AM \perp BC$. **D.** $AB - MC = AC - MB$.

Câu 13. Cho $\triangle ABC = \triangle MNP$. Biết $AB = 5cm$, $MP = 7cm$ và chu vi của tam giác ABC bằng $22cm$. Độ dài cạnh NP và BC là

- A.** $NP = BC = 9cm$. **B.** $NP = 9cm; BC = 10cm$.
C. $NP = BC = 11cm$. **D.** $NP = BC = 10cm$.

Câu 14. Cho tam giác ABC có $AB + AC = 10cm$; $AC - AB = 4cm$. Khi đó ta có

- A.** $\widehat{B} > \widehat{C}$. **B.** $\widehat{B} < \widehat{C}$. **C.** $\widehat{B} = \widehat{C}$. **D.** $2\widehat{B} = \widehat{C}$.

Câu 15. Cho tam giác nhọn ABC . Vẽ AH vuông góc với BC . Gọi O là một điểm trên đoạn thẳng AH . Biết chu vi tam giác ABC là $24cm$ và $BC = 9cm$. Giá trị lớn nhất của tổng $OB + OC$ là

- A.** $23cm$. **B.** $14cm$. **C.** $20cm$. **D.** $15cm$.

Câu 16. Nhà trường thành lập ba nhóm học sinh khối 7 tham gia chăm sóc di tích lịch sử. Trong đó, $\frac{2}{3}$ số học sinh của nhóm I bằng $\frac{8}{11}$ số học sinh của nhóm II và bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh nhóm III. Biết rằng số học sinh của nhóm I ít hơn tổng số học sinh của nhóm II và nhóm III là 18 học sinh. Số học sinh của mỗi nhóm I, II, III lần lượt

- A. 24; 20; 22. B. 22; 20; 24. C. 20; 22; 24. **D. 24; 22; 20.**

II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm)

Câu 1 (3,0 điểm).

a) Cho n là số tự nhiên có 2 chữ số. Tìm n biết $n+7$ và $2n$ là số chính phương.

b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta luôn có $B = 5^{n+2} + 3^{n+2} - 3^n - 5^n$ chia hết cho 24.

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Tìm x, y, z biết: $\frac{5z-6y}{4} = \frac{6x-4z}{5} = \frac{4y-5x}{6}$ và $xyz = 960$.

b) Cho đa thức $A(x) = x^2 - x$.

Tính giá trị biểu thức: $\frac{1}{A(3)} + \frac{1}{A(4)} + \frac{1}{A(5)} + \dots + \frac{1}{A(2023)} + \frac{1}{2 \cdot 2023}$.

Câu 3 (4,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ có ba góc đều nhọn. Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C lấy điểm M sao cho $\triangle ABM$ vuông cân tại A . Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B lấy điểm N sao cho $\triangle ACN$ vuông cân tại A .

a) Chứng minh $\triangle AMC = \triangle ABN$.

b) Gọi K là giao điểm của BN và CM . Tính góc $\widehat{BKC}$.

c) Gọi H là trực tâm của $\triangle ABC$. Chứng minh:

$$HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC).$$

Câu 4 (1,0 điểm). Cho $S_n = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2-1}{n^2}$ (với $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$).

Chứng minh rằng S_n không thể là một số nguyên.

----- **HẾT** -----

Họ và tên thí sinh:..... ; Số báo danh.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN ĐOAN HÙNG
HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH NĂNG KHIẾU
LỚP 6,7,8 CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2021-2022
MÔN: TOÁN LỚP 7

Một số chú ý khi chấm bài:

- Hướng dẫn chấm dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Thí sinh giải cách khác mà cho kết quả đúng thì tổ chấm thống nhất cho điểm từng phần ứng với thang điểm của Hướng dẫn chấm.
- Giám khảo cần bám sát yêu cầu giữa phần tính và phần lí luận của bài giải của thí sinh để cho điểm.
- Tổ chấm có thể chia nhỏ thang điểm đến 0,25. Điểm bài thi là tổng các điểm thành phần không làm tròn.

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8.0 điểm).

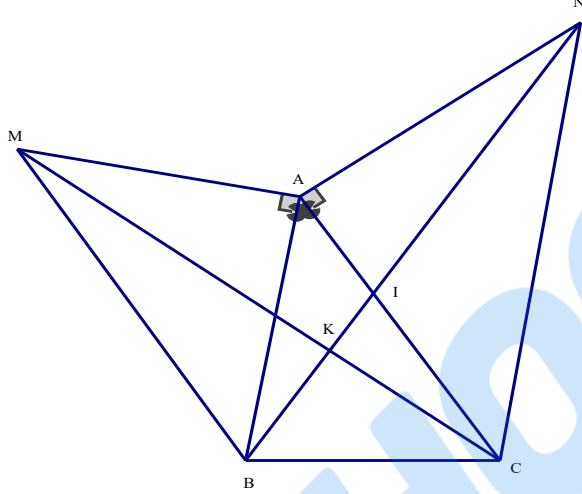
Mỗi câu đúng được 0.5 điểm

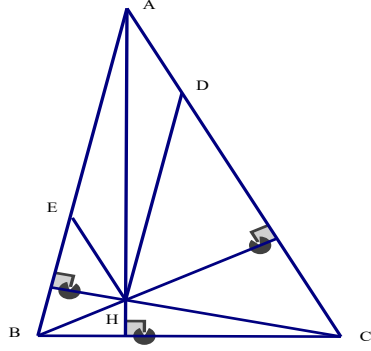
Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Đ/A	A	C	C	B	C	D	B	A	C	B	A	B	D	A	D	D

II. TỰ LUẬN (12.0 điểm)

Câu	Nội dung cần đạt	Biểu điểm
1. (3.0 điểm)	a) Cho n là số tự nhiên có 2 chữ số. Tìm n biết $n+7$ và $2n$ là số chính phương.	1.5
	Vì n là số tự nhiên có hai chữ số $\Rightarrow 9 < n < 100$ $\Rightarrow 18 < 2n < 200$	0.5
	Mà $2n$ là số chính phương chẵn $\Rightarrow 2n \in \{36; 64; 100; 144; 196\}$ $\Rightarrow n \in \{18; 32; 50; 72; 98\}$	0.5
	Mà $n+7$ là số chính phương $\Rightarrow n=18$. Vậy $n=18$	0.5
	b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta luôn có $B = 5^{n+2} + 3^{n+2} - 3^n - 5^n$ chia hết cho 24.	1.5
	Ta có $B = 5^{n+2} + 3^{n+2} - 3^n - 5^n = (5^{n+2} - 5^n) + (3^{n+2} - 3^n)$ $= 5^n(5^2 - 1) + 3^n(3^2 - 1) = 24 \cdot 5^n + 8 \cdot 3^n$	0.75
	Vì n là số nguyên dương suy ra $n \geq 1$ $24 \cdot 5^n$ chia hết cho 24	0.75

	và $8.3^n = 8.3.3^{n-1} = 24.3^{n-1}$ chia hết cho 24. Vậy với mọi số nguyên dương n thì B luôn chia hết cho 24.	
2. (4.0 điểm)	a. Tìm x, y, z biết: $\frac{5z-6y}{4} = \frac{6x-4z}{5} = \frac{4y-5x}{6}$ và $xyz = 960$	2.0
	Từ $\frac{5z-6y}{4} = \frac{6x-4z}{5} = \frac{4y-5x}{6}$ $\Rightarrow \frac{4(5z-6y)}{16} = \frac{5(6x-4z)}{25} = \frac{6(4y-5x)}{36}$ Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được: $\frac{5z-6y}{4} = \frac{6x-4z}{5} = \frac{4y-5x}{6} = \frac{4(5z-6y)+5(6x-4z)+6(4y-5x)}{16+25+36} = 0$	0.5
	Do đó: $5z - 6y = 0 \Rightarrow \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ $6x - 4z = 0 \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{z}{6}$ $4y - 5x = 0 \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{5}$	0.5
	Suy ra: $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ Đặt $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} = k (k \in \mathbb{Z})$ $\Rightarrow x = 4k; y = 5k; z = 6k$	0.5
	Thay vào $xyz = 960$ ta được $k^3 = 8 \Rightarrow k = 2$ Vậy $x = 8; y = 10; z = 12$	0.5
	b. Cho đa thức $A(x) = x^2 - x$ Tính giá trị biểu thức: $\frac{1}{A(3)} + \frac{1}{A(4)} + \frac{1}{A(5)} + \dots + \frac{1}{A(2023)}$	2.0
	Giải: Ta có: $A(x) = x^2 - x = x(x-1)$ $\frac{1}{A(3)} + \frac{1}{A(4)} + \frac{1}{A(5)} + \dots + \frac{1}{A(2023)} + \frac{1}{2.2023}$ $= \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{2022.2023} + \frac{1}{2.2023}$	0.5
	$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} + \frac{1}{2.2023}$	0.5
	$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2023} + \frac{1}{2.2023}$	0.5
	$= \frac{2021}{4046} + \frac{1}{2.2023} = \frac{1011}{2023}$	0.5

	Cho $\triangle ABC$ có ba góc đều nhọn. Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C lấy điểm M sao cho $\triangle ABM$ vuông cân tại A. Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B lấy điểm N sao cho $\triangle ACN$ vuông cân tại A. a) Chứng minh $\triangle AMC = \triangle ABN$. b) Gọi K là giao điểm của BN và CM. Tính góc $\widehat{BKC}$. c) Gọi H là trực tâm của $\triangle ABC$. Chứng minh: $HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$.	
		
3. (4 điểm)	a) Chứng minh $\triangle AMC = \triangle ABN$.	1.5
	$\widehat{MAC} = \widehat{MAB} + \widehat{BAC} = 90^\circ + \widehat{BAC}$ Ta có: $\widehat{NAB} = \widehat{NAC} + \widehat{BAC} = 90^\circ + \widehat{BAC}$ $\Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{NAB}$	0.75
	Chứng minh được $\triangle MAC = \triangle BAN$ (c - g - c)	0.75
	b) Gọi K là giao điểm của BN và CM. Tính góc $\widehat{BKC}$.	1.5
	Vì $\triangle MAC = \triangle BAN$ nên $\widehat{ANB} = \widehat{ACM}$	0.5
	Gọi I là giao điểm của AC và BN Chứng minh được $\widehat{NKC} = \widehat{NAC} = 90^\circ$	0.5
	Suy ra : $\widehat{BKC} = \widehat{NKC} = 90^\circ$ (Hai góc kề bù)	0.5
	Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh: $HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$.	1.0

		
	Qua H vẽ $HE \parallel AC; HD \parallel AB$ ($E \in AB; D \in AC$) Chứng minh: $\triangle AEH = \triangle HAD$ (g-c-g) $\Rightarrow AE = HD; AD = HE$	0.25
	Vì $BH \perp AC$ nên $BH \perp HE$ $\Rightarrow HB < BE$ Tương tự chứng minh được: $HC < CD$ Trong tam giác AHD ta có $AH < AD + HD$	0.25
4. (1 điểm)	Do đó $HA + HB + HC < (AD + HD) + HB + HC < AD + AE + CD + BE$ $\Rightarrow HA + HB + HC < AB + AC$ Chứng minh tương tự ta được: $HA + HB + HC < AB + BC$ $HA + HB + HC < AC + BC$	0.25
	Từ đó suy ra: $HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$	0.25
	Cho $S_n = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ (với $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$). Chứng minh rằng S_n không thể là một số nguyên.	1.0
	Có $S_n = 1 - \frac{1}{2^2} + 1 - \frac{1}{3^2} + \dots + 1 - \frac{1}{n^2} = (n-1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}\right)$	0.25
	Đặt $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$. Do $A > 0$ nên $S_n < n-1$	0.25
	Mặt khác $A < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1).n} = 1 - \frac{1}{n}$ $\Rightarrow S_n > (n-1) - \left(1 - \frac{1}{n}\right) = n-2 + \frac{1}{n} > n-2 \text{ (do } \frac{1}{n} > 0)$	0.25
	$\Rightarrow n-2 < S_n < n-1$ nên S_n không là số nguyên.	0.25