

Câu 1 (4,0 điểm).

a) Thực hiện phép tính sau $A = \frac{2022}{2023} : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{2,5 - \frac{5}{3} + 1,25}{3,5 - 2\frac{1}{3} + 1,75} \right)$

b) Cho $B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2022} - 1}$ và $C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2021} - 1}$. Hãy so sánh B và C.

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Tìm x, biết $3\frac{1}{2} : \left(4 - \frac{1}{3} \cdot |2x - 1| \right) = \frac{21}{22}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = |x - 2022| + |x - 2023|$

Câu 3 (4,5 điểm).

a) Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ ($a, b, c \neq 0$). Chứng minh rằng $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.

b) Lúc ban đầu ba kho có tất cả 710 tấn thóc. Sau khi bán đi $\frac{1}{5}$ số thóc ở kho I, $\frac{1}{6}$ số thóc ở kho II và $\frac{1}{11}$ số thóc ở kho III thì số thóc còn lại ở ba kho bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tấn thóc?

Câu 4 (6,5 điểm).

1. Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA.

a) Chứng minh rằng: AC = EB và AC // BE.

b) Gọi I là một điểm trên AC; K là một điểm trên EB sao cho AI = EK. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng.

c) Từ B kẻ BP ⊥ AM, từ C kẻ CQ ⊥ AM (P, Q ∈ AE). Chứng minh AP + AQ = 2AM.

2. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 15^\circ$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$, trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho CD = 2CB. Tính số đo $\widehat{ADC}$.

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Chứng minh rằng $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 \leq 2(ab + bc + ca)$.

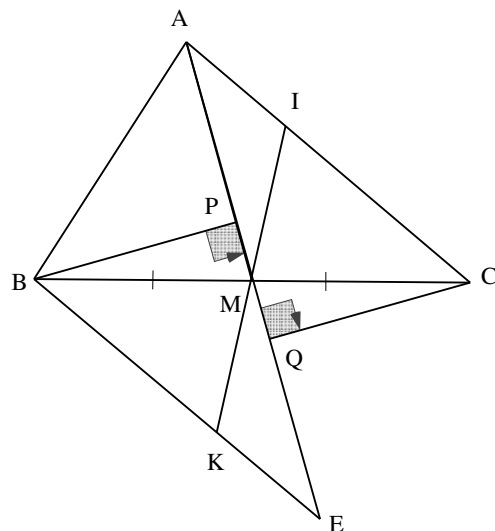
----- Hết -----

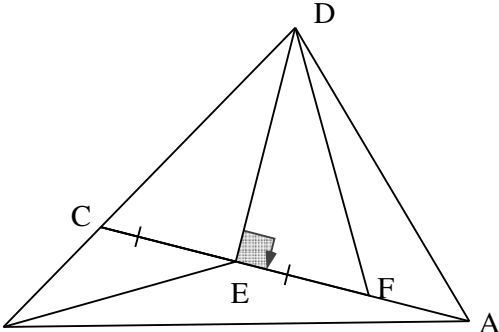
Họ và tên thí sinh :Số báo danh.....

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1 (4,0 điểm)	a)	Thực hiện phép tính sau $A = \frac{2022}{2023} : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{2,5 - \frac{5}{3} + 1,25}{3,5 - 2\frac{1}{3} + 1,75} \right)$	
	b)	Cho $B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2022} - 1}$ và $C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2021} - 1}$. Hãy so sánh B và C.	
	a (2,0đ)	$A = \frac{2022}{2023} : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{2,5 - \frac{5}{3} + 1,25}{3,5 - 2\frac{1}{3} + 1,75} \right)$	
		$= \frac{2022}{2023} : \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{3} + \frac{5}{4}}{\frac{7}{2} - 2\frac{1}{3} + \frac{7}{4}} \right)$	0,5
		$= \frac{2022}{2023} : \left[\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} + \frac{5 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)} \right]$	0,5
		$= \frac{2022}{2023} : \left(\frac{2}{7} + \frac{5}{7} \right)$	0,5
		$= \frac{2022}{2023}$	0,25
		Vậy $A = \frac{2022}{2023}$	0,25
	b (2,0đ)	Cho $B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2022} - 1}$ và $C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2021} - 1}$. Hãy so sánh B và C.	
		Ta có :	
		$B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2022} - 1} \Rightarrow \frac{1}{3}B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2023} - 3} = 1 - \frac{1}{3^{2023} - 3}$	0,5
		$C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2021} - 1} \Rightarrow \frac{1}{3}C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2022} - 3} = 1 - \frac{1}{3^{2022} - 3}$	0,5
		Vì $3^{2023} - 3 > 3^{2022} - 3 \Rightarrow \frac{1}{3^{2023} - 3} < \frac{1}{3^{2022} - 3}$	0,5
		$\Rightarrow 1 - \frac{1}{3^{2023} - 3} > 1 - \frac{1}{3^{2022} - 3} \Rightarrow \frac{1}{3}B > \frac{1}{3}C$	0,25
		Vậy $B > C$	0,25
Câu 2 (4,0 điểm)	a)	Tìm x, biết: $3\frac{1}{2} : \left(4 - \frac{1}{3} \cdot 2x - 1 \right) = \frac{21}{22}$.	
	b)	Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = x - 2022 + x - 2023 $	

	a (2,0đ)	Tìm x , biết: $3\frac{1}{2} : \left(4 - \frac{1}{3} \cdot 2x - 1 \right) = \frac{21}{22}$.	
		$\Rightarrow \left(4 - \frac{1}{3} \cdot 2x - 1 \right) = 3\frac{1}{2} : \frac{21}{22}$	0,5
		$\Rightarrow 4 - \frac{1}{3} \cdot 2x - 1 = \frac{11}{3}$	
		$\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot 2x - 1 = \frac{1}{3}$	0,5
		$\Rightarrow 2x - 1 = 1$	
		$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 1 \\ 2x + 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ 2x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$	0,75
	b (2,0đ)	Vậy $x \in \{0; -1\}$	0,25
		Lưu ý : Học sinh làm thiếu một trường hợp cho 1,5 điểm	
		Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = x - 2022 + x - 2023 $	
		Ta có : $F = x - 2022 + x - 2023 $ $= x - 2022 + 2023 - x $	0,5
		Vì $ x - 2022 \geq x - 2022$ dấu = có khi $x - 2022 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2022$	0,5
		$ 2023 - x \geq 2023 - x$ dấu = có khi $2023 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2023$	0,5
Câu 3 (4,5 điểm)	a (2,0đ)	$F = x - 2022 + 2023 - x \geq x - 2022 + 2023 - x \Rightarrow F \geq 1$	
		Dấu = có khi $\begin{cases} x \geq 2022 \\ x \leq 2023 \end{cases} \Rightarrow 2022 \leq x \leq 2023$	0,25
		Vậy $\min F = 1$ khi $2022 \leq x \leq 2023$	0,25
	a (2,0đ)	a) Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ ($a, b, c \neq 0$).	
		Chứng minh rằng $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.	
		b) Lúc ban đầu ba kho có tất cả 710 tấn thóc. Sau khi bán đi $\frac{1}{5}$ số thóc ở kho I, $\frac{1}{6}$ số thóc ở kho II và $\frac{1}{11}$ số thóc ở kho III thì số thóc còn lại ở ba kho bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tấn thóc?	
		Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ ($a, b, c \neq 0$).	
	a (2,0đ)	Chứng minh rằng $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.	
		Từ giả thiết ta có $a, b, c \neq 0 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$	
		$\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c} = \frac{a(bz - cy)}{a^2} = \frac{b(cx - az)}{b^2} = \frac{c(ay - bx)}{c^2}$	0,5
	a (2,0đ)	Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có	
		$\frac{a(bz - cy)}{a^2} = \frac{b(cx - az)}{b^2} = \frac{c(ay - bx)}{c^2} = \frac{0}{a^2 + b^2 + c^2} = 0$	0,5

	$\Rightarrow bz - cy = 0 \Rightarrow \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ Tương tự ta có $\frac{z}{c} = \frac{x}{a}; \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ $\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}.$	0,75
	Vậy $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}.$	0,25
Lúc ban đầu ba kho có tất cả 710 tấn thóc. Sau khi bán đi $\frac{1}{5}$ số thóc ở kho I, $\frac{1}{6}$ số thóc ở kho II và $\frac{1}{11}$ số thóc ở kho III thì số thóc còn lại ở ba kho bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tấn thóc?		
b (2,5đ)	Gọi số thóc lúc đầu ở kho I, II, III lần lượt là x, y, z (tấn) $\Rightarrow x + y + z = 710$	0,5
	Sau khi bán đi một số thóc thì số thóc còn lại ở ba kho I, II, III còn lại lần lượt là $\frac{4}{5}x; \frac{5}{6}y; \frac{10}{11}z$. (tấn)	0,75
	Theo bài ra ta có : $\frac{4}{5}x = \frac{5}{6}y = \frac{10}{11}z \Rightarrow \frac{4}{5 \cdot 20}x = \frac{5}{6 \cdot 20}y = \frac{10}{11 \cdot 20}z$ $\Rightarrow \frac{x}{25} = \frac{y}{20} = \frac{z}{22} = \frac{x + y + z}{71} = \frac{710}{71} = 10$	0,5
	$\Rightarrow x = 250; y = 240; z = 220$	0,5
	Vậy số thóc ở kho I, II, III lúc đầu lần lượt có 250 tấn, 240 tấn, 220 tấn.	0,25
	Câu 4 (6,5điểm) 1. Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA. Chứng minh rằng: a) AC = EB và AC // BE. b) Gọi I là một điểm trên AC; K là một điểm trên EB sao cho AI = EK. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng. c) Từ B kẻ BP ⊥ AM, từ C kẻ CQ ⊥ AM (P, Q ∈ AE). Chứng minh AP + AQ = 2AM. 2. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 15^{\circ}, \widehat{ABC} = 45^{\circ}$, trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho CD = 2CB. Tính số đo $\widehat{ADC}$.	



1.a (2,0đ)	Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có: $MA = ME(gt)$, $\widehat{AMC} = \widehat{EMB}$ (đối đỉnh), $MB = MC(gt)$ $\Rightarrow \triangle AMC = \triangle EMB(c.g.c)$	1,0
	$\Rightarrow AC = EB$ (hai cạnh tương ứng)	0,5
	Vì $\triangle AMC = \triangle EMB(cmt) \Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{MEB}$ vì $\widehat{MAC}; \widehat{MEB}$ ở vị trí so le trong nên $AC // BE$.	0,5
1.b (1,5đ)	Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có : $AM = EM(gt)$; $\widehat{MAI} = \widehat{MEK} (\triangle AMC = \triangle EMB)$; $AI = EK(gt)$ $\Rightarrow \triangle AMI = \triangle EMK(c.g.c) \Rightarrow \widehat{AMI} = \widehat{EMK}$	0,75
	Mà $\widehat{AMI} + \widehat{IME} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)	0,25
	$\Rightarrow \widehat{EMK} + \widehat{IME} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{IMK} = 180^\circ$	0,25
	Vậy ba điểm I, M, K thẳng hàng.	0,25
1.c (1,0đ)	Xét $\triangle BMP$ và $\triangle CMQ$ có $\widehat{BPM} = \widehat{CQM} = 90^\circ$; $MB = MC(gt)$; $\widehat{BMP} = \widehat{CMQ}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \triangle BMP = \triangle CMQ(ch - gn)$	0,5
	$\Rightarrow MP = MQ$	0,25
	Ta có $AP + AQ = AM - MP + AM + MQ = AM + AM = 2AM$ Vậy $AP + AQ = 2AM$	0,25
2 (2,0đ)		
	Kẻ $DE \perp CA$	0,5

		Xét $\triangle ABC$, có $\widehat{ACB} = 180^\circ - 45^\circ - 15^\circ = 120^\circ$ $\Rightarrow \widehat{ACD} = 60^\circ$ hay $\widehat{ECD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{EDC} = 30^\circ$	
		Trên tia đối của tia EC lấy điểm F sao cho $EC = EF$. Ta chứng minh được $\triangle DCF$ đều $\Rightarrow CE = \frac{1}{2}CD \Rightarrow CE = CB$	0,5
		$\Rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{CEB} = 30^\circ = \widehat{EDC}$ $\Rightarrow \triangle EBD$ cân tại E $\Rightarrow \widehat{EBA} = 15^\circ \Rightarrow \triangle BEA$ cân tại E .	0,5
		$\Rightarrow EA = EB = ED$ $\Rightarrow \triangle AED$ vuông cân $\Rightarrow \widehat{ADE} = 45^\circ$	0,25
		Vậy $\widehat{ADB} = \widehat{ADE} + \widehat{EDB} = 75^\circ$	0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng : $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 \leq 2(ab + bc + ca)$.		
		Ta có $(a - b)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$ Tương tự ta có $b^2 + c^2 \geq 2bc$; $c^2 + a^2 \geq 2ac$	0,25
		$\Rightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + ac + bc)$ $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$ (1)	0,25
		Áp dụng bất đẳng thức trong tam giác, ta có : $\left. \begin{array}{l} a + b > c \Rightarrow ac + bc > c^2 \\ a + c > b \Rightarrow ab + bc > b^2 \\ b + c > a \Rightarrow ab + ac > a^2 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + ac + bc)$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) ta có $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 \leq 2(ab + bc + ca)$.	0,25

Lưu ý : Học sinh làm cách khác đúng, lập luận chặt chẽ vẫn cho điểm tối đa!