SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG ĐỀ CHÍNH THỨC	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2021-2022 Môn thi: TOÁN Thời gian làm bài: 120 phút *(không tính thời gian phát đề)* *(Đề thi có 01 trang)*

ĐỀ THI

Câu 1. ***(2,0 điểm):***

a) Giải phương trình: $x^2 - 3x = 4$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - 5 - y = 0 \\ 5x + 3y = 18 \end{cases}$.

Câu 2. ***(2,0 điểm):***

a) Rút gọn biểu thức: $P = \dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3} + \dfrac{3+7\sqrt{a}}{9-a}$, với $a \geq 0$, $a \geq 0, a \neq 9$.

b) Cho hàm số bậc nhất $y = ax - 4$. Xác định hệ số a, biết đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng (d): $y = -3x + 2$ tại điểm có tung độ bằng 5.

Câu 3. ***(2,0 điểm):***

a) Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 24m. Nếu tăng chiều dài lên 2m và giảm chiều rộng đi 1m thì diện tích mảnh đất tăng thêm 1m^2. Tìm độ dài các cạnh của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu.

b) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (với m là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 với mọi m. Tìm các giá trị của tham số m sao cho: $|x_1 - x_2| = 4$.

Câu 4. ***(3,0 điểm):***

1. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn $(O;R)$ và hai đường cao AE, BF cắt nhau tại H ($E \in BC$, $F \in AC$).

a) Chứng minh rằng bốn điểm A, B, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: $OC \perp EF$.

2. Cho tam giác ABC có $\hat{B}$, $\hat{C}$ là các góc nhọn và có diện tích không đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2BC^2 + AC^2 + AB^2$.

Câu 5. ***(1,0 điểm):***

Cho các số thực dương x, y thỏa mãn: $\sqrt{y}(y+1) - 6x - 9 = (2x+4)\sqrt{2x+3} - 3y$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = xy + 3y - 4x^2 - 3$.

---------------------------HẾT---------------------------

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Câu 1. ***(2,0 điểm):***

a) Giải phương trình: $x^2 - 3x = 4$.

Ta có: $x^2 - 3x = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$.

Vì $a - b + c = 1 - (-3) + (-4) = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -\dfrac{c}{a} = 4 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 4\}$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - 5 - y = 0 \\ 5x + 3y = 18 \end{cases}$.

Ta có

$$\begin{cases} 2x - 5 - y = 0 \\ 5x + 3y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 5x + 3y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 3y = 15 \\ 5x + 3y = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 33 \\ y = 2x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2.3 - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (3; 1)$.

Câu 2. ***(2,0 điểm):***

a) Rút gọn biểu thức: $P = \dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3} + \dfrac{3+7\sqrt{a}}{9-a}$, ***với*** $a \ge 0$, $a \ge 0, a \ne 9$.

Với $a \ge 0, a \ne 9$ ta có:

$$P = \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3} + \frac{3+7\sqrt{a}}{9-a}$$

$$P = \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3} - \frac{3+7\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)}$$

$$P = \frac{2\sqrt{a}(\sqrt{a}-3) + (\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}+3) - (3+7\sqrt{a})}{(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)}$$

$$P = \frac{2a - 6\sqrt{a} + a + 3\sqrt{a} + \sqrt{a} + 3 - 3 - 7\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)}$$

$$P = \frac{3a - 9\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)}$$

$$P = \frac{3\sqrt{a}(\sqrt{a}-3)}{(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)}$$

$$P = \frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}$$

Vậy với $a \ge 0, a \ne 9$ thì $P = \dfrac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}$.

b) Cho hàm số bậc nhất $y = ax - 4$. Xác định hệ số a, biết đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng (d): $y = -3x + 2$ tại điểm có tung độ bằng 5.

Thay $y = 5$ vào phương trình đường thẳng $(d): y = -3x + 2$ ta có $5 = -3x + 2 \Leftrightarrow 3x = -3 \Leftrightarrow x = -1.$
Do đó đồ thị hàm số $y = ax - 4$ cắt đường thẳng $(d): y = -3x + 2$ tại điểm $A(-1;5)$.
Thay $x = -1, y = 5$ vào hàm số $y = ax - 4$ ta có $5 = -a - 4 \Leftrightarrow a = -5 - 4 = -9$.
Vậy $a = -9$.

Câu 3. ***(2,0 điểm):***

a) Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 24m. Nếu tăng chiều dài lên 2m và giảm chiều rộng đi 1m thì diện tích mảnh đất tăng thêm 1m^2. Tìm độ dài các cạnh của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu.

Gọi độ dài chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật ban đầu là $x(m)$ (ĐK: $x > 0$).
Nửa chu vi mảnh đất hình chữ nhật ban đầu là: $24:2 = 12\ (m)$
$\Rightarrow$ Chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật ban đầu là: $12 - x(\text{m})$
Khi tăng chiều dài lên $2m$ thì độ dài chiều dài là: $x + 2\ (m)$
Khi giảm chiều rộng đi 1m thì độ dài chiều rộng là: $12 - x - 1 = 11 - x(\text{m})$
$(x+2)(11-x) - x(12-x) = 1$
$\Leftrightarrow 11x - x^2 + 22 - 2x - 12x + x^2 = 1$
$\Leftrightarrow 3x = 21$
$\Leftrightarrow x = 7(tm)$
$\Rightarrow$ Chiều rộng hình chữ nhật là: $12 - 7 = 5(\text{m})$.
Vậy chiều dài và chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật ban đầu lần lượt là $7m$ và $5m$.

b) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (với m là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 với mọi m. Tìm các giá trị của tham số m sao cho: $|x_1 - x_2| = 4$.

Ta có: $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1)

Phương trình (1) có: $\Delta' = (m-1)^2 - m + 3 = m^2 - 3m + 4 = \left(m - \dfrac{3}{2}\right)^2 + \dfrac{7}{4} > 0 \forall m$

$\Rightarrow$ Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.

Khi đó theo định li Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$

Theo giả thiết ta có:
$|x_1 - x_2| = 4$
$\Leftrightarrow x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = 16$
$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16$
$\Leftrightarrow (2m-2)^2 - 4(m-3) = 16$
$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 - 4m + 12 = 16$
$\Leftrightarrow 4m^2 - 12m = 0$

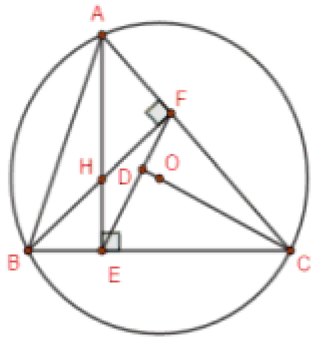
$\Leftrightarrow 4m(m-3)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mã yêu cầu bải toán là $m=0$ và $m=3$.

Câu 4. ***(3,0 điểm):***

1. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn $(O;R)$ và hai đường cao AE, BF cắt nhau tại H ($E \in BC$, $F \in AC$).



a) Chứng minh rằng bốn điểm A, B, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

Ta có: AE, BF là đường cao của tam giác ABC nên $AE \perp BC, BF \perp AC$.

$\Rightarrow AEB = AFB = 90°$

$\Rightarrow ABEF$ nội tiếp một đường tròn (tứ giác có 2 đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối diện các góc bằng nhau)

b) Chứng minh rằng: $OC \perp EF$.

Gọi D là giao điểm của OC và EF.

Ta có: $\begin{cases} ACO + CAO = 180° - AOC \\ ACO = CAO \end{cases}$ (do tam giác QAC cân tại O).

$\Rightarrow ACO = CAO = 90° - \frac{1}{2} AOC$

Mà $AOC = 2ABC$ (2) (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AC).

$ABC = DFC$ (3) (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp $ABEF$).

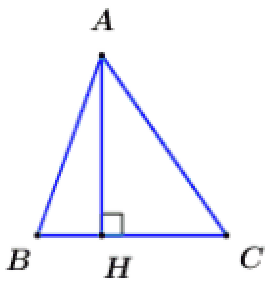
Từ (1), (2), (3) ta được:

$ACO = 90° - ABC = 90° - DFC \Rightarrow ACO + DFC = 90°$

$\Rightarrow FDC = 90°$

Vậy $OC \perp EF$ (đpcm).

2. Cho tam giác ABC có $\hat{B}$, $\hat{C}$ là các góc nhọn và có diện tích không đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2BC^2 + AC^2 + AB^2$.



Kẻ đường cao AH. Vì $\angle B, \angle C$ là các góc nhọn nên H thuộc đoạn thẳng BC.
Áp dụng định lí Pytago ta có:

$AC^2 = AH^2 + HC^2$

$AB^2 = AH^2 + BH^2$

$\Rightarrow P = 2BC^2 + 2AH^2 + BH^2 + HC^2$

Ta có $BC^2 + AH^2 \geq 2BC.AH = 4S_{\text{MeC}}$.

$$BH^2 + CH^2 \geq \frac{(BH+CH)^2}{2} = \frac{BC^2}{2}$$

Do đó $P \geq 8S_{\text{MBC}} + \dfrac{BC^2}{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi $BH = CH \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A.

Câu 5. ***(1,0 điểm):***

Cho các số thực dương x***,*** y ***thỏa mãn:*** $\sqrt{y}(y+1) - 6x - 9 = (2x+4)\sqrt{2x+3} - 3y$***. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:*** $M = xy + 3y - 4x^2 - 3$***.***

ĐKXĐ: $\begin{cases} y \geq 0 \\ 2x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq -\dfrac{3}{2} \end{cases}$

Đặt $2x+3 = t (t \geq 0)$ ta có:

$\sqrt{y}(y+1) - 6x - 9 = (2x+4)\sqrt{2x+3} - 3y$

$\Leftrightarrow \sqrt{y}(y+1) - 3(2x+3) = (2x+4)\sqrt{2x+3} - 3y$

$\Rightarrow \sqrt{y}(y+1) - 3t = \sqrt{t}(t+1) - 3y$

$\Leftrightarrow \sqrt{y}(y+1) - \sqrt{t}(t+1) + 3y - 3t = 0$

$\Leftrightarrow y\sqrt{y} - t\sqrt{t} + (\sqrt{y} - \sqrt{t}) + 3(y-t) = 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{y} - \sqrt{t})(y + \sqrt{yt} + t) + (\sqrt{y} - \sqrt{t}) + 3(\sqrt{y} - \sqrt{t})(\sqrt{y} + \sqrt{t}) = 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{y} - \sqrt{t})(y + \sqrt{yt} + t + 1 + 4) = 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{y} - \sqrt{t})(y + \sqrt{yt} + t + 5) = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{y} - \sqrt{t} = 0$(do $y + \sqrt{yt} + t + 5 > 9 \forall y, t \geq 0$)

$\Leftrightarrow y = t \Leftrightarrow y = 2x+3$

Khi đó biểu thức M trở thành:

$M = x(2x+3) + 3(2x+3) - 4x^2 - 3$

$M = 2x^2 + 3x + 6x + 9 - 4x^2 - 3$

$M = -2x^2 + 9x + 6$

$M=-2\left(x^2-\frac{9}{2}x\right)+6$

$M=-2\left(x^2-2x\cdot\frac{9}{4}+\frac{81}{16}\right)+\frac{81}{8}+6$

$M=-2\left(x-\frac{9}{4}\right)^2+\frac{129}{8}$

Vì $-2\left(x-\frac{9}{4}\right)^2\le 0\forall x$ nên $-2\left(x-\frac{9}{4}\right)^2+\frac{129}{8}\le\frac{129}{8}$

Do đó $M\le\frac{129}{8}\Rightarrow M_{\max}=\frac{129}{8}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\frac{9}{4}(tm)\Rightarrow y=\frac{15}{2}$.

Vậy GTLN của M bằng $\frac{129}{8}$ đạt được khi $(x;y)=\left(\frac{9}{4};\frac{15}{2}\right)$