

ĐỀ CHÍNH THỨC

I. PHẦN GHI KẾT QUẢ (Thí sinh chỉ điền kết quả vào tờ giấy thi)

Câu 1: Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{-4}{7} \cdot \frac{7}{11} - \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{11} - \frac{4}{11}$ .

Câu 2: Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật với tỉ số độ dài hai cạnh của nó bằng  $\frac{3}{5}$  và chu vi bằng 48 m. Tính diện tích của mảnh vườn đó.

Câu 3: Một hộp sữa có dạng hình hộp chữ nhật với các kích thước đáy dưới là 4 cm, 5 cm và chiều cao là 12 cm. Hỏi hộp sữa đựng bao nhiêu mililit sữa? (biết hộp sữa đựng đầy và  $1\text{cm}^3 = 1\text{ml}$ )

Câu 4: Một bánh răng có 40 răng, quay mỗi phút được 15 vòng, nó khớp với một bánh răng thứ hai. Giả sử bánh răng thứ hai quay một phút được 20 vòng. Hỏi bánh răng thứ hai có bao nhiêu răng?

Câu 5: Tính giá trị biểu thức:  $B = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49}$ .

Câu 6: Cho đa thức  $f(x)$  xác định với mọi  $x$  thỏa mãn:  $x.f(x+2) = (x^2-9).f(x)$ . Tính  $f(5)+f(7)$ .

Câu 7: Một hộp đựng 60 viên bi trong đó có 15 viên bi màu xanh, 15 viên bi màu đỏ, 15 viên bi màu vàng và 15 viên bi màu trắng. Cần phải lấy ra ít nhất bao nhiêu viên bi (mà không nhìn trước) để chắc chắn trong số đó có không ít hơn 8 viên bi cùng màu?

Câu 8: Tìm giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức sau có giá trị nguyên  $C = \frac{1-2x}{x+3}$

Câu 9: Cho tam giác ABC có số đo góc A bằng  $70^\circ$ . Hai tia phân giác góc B và góc C cắt nhau tại I. Tính số đo góc BIC.

Câu 10: Cho tam giác ABC cân tại A,  $\angle A = 80^\circ$ . Ở miền trong tam giác lấy điểm I sao cho  $\angle IBC = 10^\circ$ ,  $\angle ICB = 30^\circ$ . Tính  $\angle AIB$ .

II. PHẦN TỰ LUẬN (Thí sinh trình bày lời giải đầy đủ vào tờ giấy thi)

Câu 11: a) Tìm  $x$ , biết:  $\frac{x-1}{8} = \frac{2}{x-1}$ .

b) Tìm  $x, y$  biết:  $\frac{5+x}{8+y} = \frac{5}{8}$  và  $x+y=26$ .

Câu 12: a) Cho  $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ . Chứng minh rằng:  $\frac{a^2+c^2}{b^2+c^2} = \frac{a}{b}$ .

b) Tìm các số nguyên  $x, y$  biết:  $x+2xy-y-4=0$ .

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông ở A, có số đo góc C bằng  $30^\circ$ , đường cao AH. Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho  $HD=HB$ . Từ C kẻ CE vuông góc với AD. Chứng minh:

a) Tam giác ABD là tam giác đều;

b)  $AH=CE$ ;

c) HE song song với AC.

Câu 14: a) Cho  $x, y, z$  thỏa mãn:  $3x=2y; 5y=4z$ . Tính:  $P = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y-5z}$ .

b) Cho  $a, b, c$  là ba cạnh của một tam giác.

Chứng minh rằng:  $2(ab+bc+ca) > a^2+b^2+c^2$ .

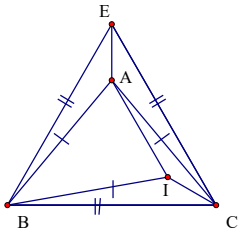
----- Hết -----

Thí sinh không được dùng tài liệu và máy tính cầm tay

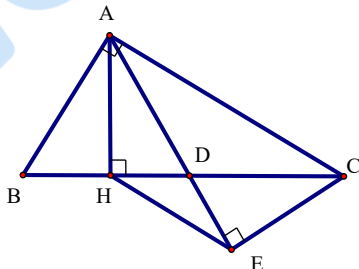
Họ và tên thí sinh ..... Số báo danh .....

# HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI HSG HUYỆN NĂM HỌC 2022-2023 MÔN TOÁN 7

## I. PHẦN GHI KẾT QUẢ (10 câu, mỗi câu 1 điểm)

| Câu | Hướng dẫn giải                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Kết quả                                                              |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| 1   | $A = \frac{-4}{7} \cdot \frac{7}{11} - \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{11} - \frac{4}{11} = \frac{7}{11} \left( \frac{-4}{7} - \frac{3}{7} \right) - \frac{4}{11} = \frac{-7}{11} - \frac{4}{11} = -1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>A = -1</b>                                                        |
| 2   | Chiều rộng và chiều dài hình chữ nhật lần lượt là x (m); y(m) (x, y > 0)<br>Theo bài ra ta có: $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ ; x + y = 24<br>x = 9(m); y = 15(m)<br>Diện tích mảnh vườn là: S = 9.15 = 135m <sup>2</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>Diện tích hình chữ nhật</b><br><b>S = 9.15 = 135m<sup>2</sup></b> |
| 3   | Thể tích hộp sữa là: 4.5.12 = 240 cm <sup>3</sup><br>Hộp sữa đựng 240 ml sữa                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Hộp sữa đựng 240 ml sữa</b>                                       |
| 4   | Số răng của bánh xe thứ 2 là x.<br>Ta có: 40.15 = 20.x ⇒ x = 30                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>Bánh xe thứ hai có 30 răng</b>                                    |
| 5   | $B = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49}$ $= \frac{1}{5} \left( \frac{5}{4.9} + \frac{5}{9.14} + \frac{5}{14.19} + \dots + \frac{5}{44.49} \right)$ $= \frac{1}{5} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49} \right)$ $= \frac{1}{5} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) = \frac{1}{5} \left( \frac{45}{4.49} \right) = \frac{9}{196}$                                                                                                           | <b>B = <math>\frac{9}{196}</math></b>                                |
| 6   | $3.f(3+2) = (3^2 - 9).f(3) \Rightarrow f(5) = 0;$<br>$5.f(5+2) = (5^2 - 9).f(5) = 0 \Rightarrow f(7) = 0;$<br>$\Rightarrow f(5) + f(7) = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>f(5) + f(7) = 0</b>                                               |
| 7   | Cần lấy số viên bi là: 4.7 + 1 = 29                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>29 viên bi</b>                                                    |
| 8   | $C = \frac{1-2x}{x+3} = \frac{7-2(x+3)}{x+3} = \frac{7}{x+3} - 2$<br>Giá trị nguyên của x để C có giá trị nguyên khi:<br>(x+3) ∈ {±1; ±7} ⇒ x ∈ {-10; -4; -2; 4}                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>x ∈ {-10; -4; -2; 4}</b>                                          |
| 9   | $\angle BIC = 180^\circ - \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 125^\circ$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>∠BIC = 125°</b>                                                   |
| 10  | Trên nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng BC, chứa điểm A dựng tam giác đều BCE.<br>Vì Δ ABC cân tại A, $\hat{A} = 80^\circ$ nên<br>$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ACE} = 10^\circ$<br>và điểm A thuộc miền trong Δ BCE.<br>Dễ dàng chứng minh được<br>Δ ABE = Δ ICB (g. c. g)<br>⇒ BA = BI ⇒ Δ ABI cân tại B, ta có<br>$\widehat{ABI} = 50^\circ - 10^\circ = 40^\circ \Rightarrow \widehat{AIB} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$  | <b>∠AIB = 70°</b>                                                    |

## II. PHẦN TỰ LUẬN (Thí sinh trình bày lời giải đầy đủ vào tờ giấy thi)

| Câu                                               | Hướng dẫn giải                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Điểm                                                                                                                                                                                                                  |          |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|---------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----|----|----|----|----------|---|---|----|----|---|---|---|---|----|---|---|---|----|
| 11a<br>1.5đ                                       | $\frac{x-1}{8} = \frac{2}{x-1} \Leftrightarrow (x-1)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=4 \\ x-1=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-3 \end{cases}$<br>(Thiếu 1 giá trị trừ 0.5)                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 1.5                                                                                                                                                                                                                   |          |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
| 11b<br>1.5đ                                       | $\frac{5+x}{8+y} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{5+x}{5} = \frac{8+y}{8} = \frac{13+x+y}{13} = \frac{39}{13} = 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.5                                                                                                                                                                                                                   |          |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                                                   | Do đó $\frac{5+x}{5} = 3 \Rightarrow x = 10$ ; $\frac{8+y}{8} = 3 \Rightarrow x = 16$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.5                                                                                                                                                                                                                   |          |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                                                   | Vậy $x = 10$ ; $y = 16$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0.5                                                                                                                                                                                                                   |          |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
| 12a<br>1đ                                         | $\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow c^2 = ab$ và $a, b, c \neq 0$ ; $a + b \neq 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.5                                                                                                                                                                                                                   |          |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
| 1đ                                                | Do đó $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + ab}{b^2 + ab} = \frac{a(a + b)}{b(a + b)} = \frac{a}{b}$ . ( vì $a + b \neq 0$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.5                                                                                                                                                                                                                   |          |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
| 12b<br>1đ                                         | Ta có: $x + 2xy - y - 4 = 0$<br>$\Leftrightarrow 2x + 4xy - 2y - 8 = 0 \Leftrightarrow 2x + 4xy - 2y - 1 = 7$<br>$\Leftrightarrow 2x(1 + 2y) - (1 + 2y) = 7 \Leftrightarrow (2x - 1)(1 + 2y) = 7$                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.5                                                                                                                                                                                                                   |          |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                                                   | Lập bảng :                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0.5                                                                                                                                                                                                                   |          |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                                                   | <table><tr><td><math>2x - 1</math></td><td>1</td><td>7</td><td>-1</td><td>-7</td></tr><tr><td><math>1 + 2y</math></td><td>7</td><td>1</td><td>-7</td><td>-1</td></tr><tr><td>x</td><td>1</td><td>4</td><td>0</td><td>-3</td></tr><tr><td>y</td><td>3</td><td>0</td><td>-4</td><td>-1</td></tr></table>                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                       | $2x - 1$ | 1  | 7  | -1 | -7 | $1 + 2y$ | 7 | 1 | -7 | -1 | x | 1 | 4 | 0 | -3 | y | 3 | 0 | -4 |
| $2x - 1$                                          | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                       | 7        | -1 | -7 |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
| $1 + 2y$                                          | 7                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 1                                                                                                                                                                                                                     | -7       | -1 |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
| x                                                 | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 4                                                                                                                                                                                                                     | 0        | -3 |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
| y                                                 | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0                                                                                                                                                                                                                     | -4       | -1 |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
| Vậy $(x ; y) = \{(1;3), (4;0), (0;-4), (-3;-1)\}$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                       |          |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
| 13                                                | a) $\triangle ABD$ có AH vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến nên $\triangle ABD$ cân tại A.<br><br>Ta có: $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (Hai góc nhọn của một tam giác vuông)<br>$\Rightarrow \widehat{B} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$<br>Nên $\triangle ABD$ là tam giác đều. (đpcm)                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                   | 1.0      |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                                                   | b) Ta có: $\widehat{EAC} = \widehat{BAC} - \widehat{ABD} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$<br>$\Rightarrow \triangle AHC = \triangle CEA$ (cạnh huyền –góc nhọn) Do đó $AH = CE$ (đpcm)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                       | 1.0      |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                                                   | c) $\triangle AHC = \triangle CEA$ (cmt) nên $HC = EA$ (1)<br>$\triangle ADC$ cân ở D vì có $\widehat{ADC} = \widehat{DCA} = 30^\circ \Rightarrow \triangle DAC$ cân ở D.<br>Suy ra : $DA = DC$ . (2)<br><br>Từ (1) và (2) $\Rightarrow DH = DE \Rightarrow \triangle DHE$ cân tại D<br>Hai tam giác cân: $\triangle ACD$ cân tại D và $\triangle DHE$ cân tại D có:<br>$\widehat{ADC} = \widehat{HDE}$ (đđ) $\Rightarrow \widehat{DHE} = \widehat{ADC}$ ở vị trí so le trong<br>$\Rightarrow EH // AC$ (đpcm) | 1.0                                                                                                                                                                                                                   |          |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                                                   | 14a                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | $3x = 2y; 5y = 4z \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15}$                                                                                                                                              | 0.25     |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có :<br>$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15} = \frac{2x+3y+4z}{8.2+12.3+15.4} = \frac{3x+4y-5z}{8.3+12.4-15.5} \Rightarrow \frac{2x+3y+4z}{112} = \frac{3x+4y-5z}{-3}$ | 0.5      |    |    |    |    |          |   |   |    |    |   |   |   |   |    |   |   |   |    |

|            |                                                                                                                           |             |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
|            | $P = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y-5z} = -\frac{112}{3}$                                                                          | <b>0.25</b> |
| <b>14b</b> | a, b, c là ba cạnh của một tam giác nên ta có :<br>$a + b > c \Rightarrow c(a + b) > c^2 \Leftrightarrow ca + bc > c^2$ . | <b>0.5</b>  |
|            | Tương tự : $ab + ac > a^2$ ; $ba + bc > b^2$                                                                              | <b>0.25</b> |
|            | Do đó: $ca + bc + ab + ac + ba + bc > c^2 + a^2 + b^2$<br>Hay: $2(ab + bc + ca) > a^2 + b^2 + c^2$                        | <b>0.25</b> |

Mọi cách giải đúng khác đều cho điểm tối đa.

