

Bài 1: Tìm x biết

a) $\frac{-15}{23} : \frac{22x}{7} = \frac{-14x}{11} : 13\frac{4}{5}$

b) $\left| x - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{1}{2} - \left| \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right|$

Bài 2:

a) Tìm x, y, z biết: $10x = 6y = 5z$ và $\frac{2x-3y}{2z+3} = \frac{3-2z}{4x}$

b) Tìm các hệ số a, b biết rằng đa thức $ax^3 + bx^2 - 3x + 3$ chia cho $(x-1)(x+1)$ được dư là 7.

Bài 3: Ba anh An, Bình, Dũng cùng góp vốn để thành lập công ty với tổng số tiền góp là 294 triệu đồng. Biết rằng $\frac{1}{9}$ số tiền anh An góp bằng $\frac{1}{8}$ số tiền anh Bình góp; $\frac{1}{10}$ số tiền anh Dũng góp bằng $\frac{1}{12}$ số tiền anh An góp.

a) Tính số tiền góp của mỗi người.

b) Theo thỏa thuận, lợi nhuận được chia theo tỷ lệ góp vốn. Năm 2022 lợi nhuận thu về của công ty là 120 triệu đồng. Em hãy tính số tiền lợi nhuận mà mỗi người nhận được trong năm 2022.

Bài 4: Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ đường phân giác AD. Lấy điểm E trên tia đối của tia CA sao cho CE=CA. Qua điểm B, kẻ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng DE tại F.

a) Chứng minh rằng tam giác ABF cân.

b) Tính số đo góc DAF?

c) Tính tỷ số diện tích tam giác CDE và tam giác ADF?

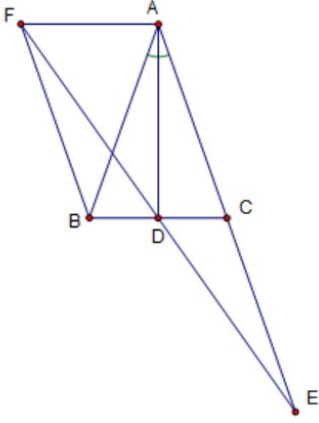
Bài 5: Tìm số nguyên x, y thỏa mãn: $\frac{(x-5)^2}{3} = \frac{7-y^2}{2}$

---Hết---

Họ và tên:; SBD:

HƯỚNG DẪN CHẤM HSG TOÁN 7

Bài	Gợi ý đáp án	Điểm
Bài 1 4 đ	a) $\frac{-15}{23} : \frac{22x}{7} = \frac{-14x}{11} : 13\frac{4}{5} \Rightarrow \frac{22x}{7} \cdot \frac{-14x}{11} = \frac{-15}{23} \cdot \frac{69}{5}$ $\Rightarrow -4 \cdot x^2 = -9 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ hoặc $x = -\frac{3}{2}$	3
	b) $\left x - \frac{1}{2}\right \leq \frac{1}{2} - \left \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right \Rightarrow \left x - \frac{1}{2}\right \leq \frac{1}{2} - \left -\frac{1}{4}\right \Rightarrow \left x - \frac{1}{2}\right \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \Rightarrow \left x - \frac{1}{2}\right \leq \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \frac{-1}{4} \leq x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$	1
Bài 2 4 đ	a) $\frac{2x-3y}{2z+3} = \frac{3-2z}{4x} \Rightarrow 4x(2x-3y) = (2z+3)(3-2z)$ $\Rightarrow 8x^2 - 12xy = 9 - 4z^2 \Rightarrow 2x^2 - 3xy + z^2 = \frac{9}{2}$ $10x = 6y = 5z \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ $\Rightarrow \frac{x^2}{9} = \frac{xy}{15} = \frac{z^2}{36} = \frac{2x^2}{18} = \frac{3xy}{45} = \frac{z^2}{36} = \frac{2x^2 - 3xy + z^2}{18 - 45 + 36} = \frac{9}{4} : 9 = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ hoặc $x = -\frac{3}{2}$ TH1: $x = \frac{3}{2} \Rightarrow 6y = 5z = 15 \Rightarrow y = \frac{5}{2}; z = 3$ TH2: $x = -\frac{3}{2} \Rightarrow 6y = 5z = -15 \Rightarrow y = -\frac{5}{2}; z = -3$	2
	b) Gọi q(x) là thương của phép chia đa thức $ax^3 + bx^2 - 3x + 3$ cho $(x-1)(x+1)$. Ta có: $ax^3 + bx^2 - 3x + 3 = (x-1)(x+1)q(x) + 7$ Thay $x=1$ vào ta được: $a+b=7$ Thay $x=-1$ vào ta được: $b-a=1$ Suy ra: $a=3; b=4$	2
Bài 3 4 đ	a) Gọi số tiền ba anh An, Bình, Dũng góp lần lượt là a (triệu đồng), b (triệu đồng), c (triệu đồng). Ta có: $\frac{a}{9} = \frac{b}{8}; \frac{c}{10} = \frac{a}{12} \Rightarrow \frac{a}{36} = \frac{b}{32} = \frac{c}{30} = \frac{a+b+c}{98} = \frac{294}{98} = 3$ $\Rightarrow a=108; b=96; c=90$	2
	b) Tỷ lệ góp vốn của anh An, Bình và Dũng lần lượt là: $\frac{108}{294} \approx 36,7\% ; \frac{96}{294} \approx 32,7\% \frac{90}{294} \approx 30,6\%$ Số tiền lợi nhuận mà anh An, Bình và Dũng: người nhận được lần lượt là: $36,7\% \cdot 120 = 44,04$ (triệu đồng); $32,7\% \cdot 120 = 39,24$ (triệu đồng); $30,6\% \cdot 120 = 36,72$ (triệu đồng);	2

	 a) $\triangle ADB = \triangle ADC (c - g - c) \Rightarrow DB = DC$ Xét 2 tam giác $\triangle DCE$ và $\triangle DBF$ có : $\widehat{CDE} = \widehat{BDF}$ (đối đỉnh) $DB = DC$ (Chứng minh trên) $\widehat{DCE} = \widehat{DBF}$ ($CE \parallel BF$) $\triangle DCE = \triangle DBF \Rightarrow CE = BF$ (1) $+ CE = CA (gt) \Rightarrow CE = BA$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $BF = BA \Rightarrow$ tam giác ABF cân tại B	2
Bài 4 6đ	b) $\widehat{CAB} = \widehat{ABF} (AC \parallel BF) \Rightarrow \triangle ABC = \triangle BAF (c - g - c)$ $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{BAF} \Rightarrow BC \parallel AF$. Mà $AD \perp BC \Rightarrow AD \perp AF \Rightarrow \widehat{DAF} = 90^\circ$	2
	c) Ta có: $S_{CDE} = S_{ACD}$ ⁽³⁾ (Hai tam giác có chung đường cao kẻ từ đỉnh D và có 2 cạnh đáy $CE = CA$) $+ S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABC}$ ⁽⁴⁾ (Hai tam giác có chung đường cao AD và có cạnh đáy $DC = \frac{1}{2} \cdot BC$) Chứng minh được $S_{ADF} = S_{ABF} = S_{ABC}$ ⁽⁵⁾ Từ (3), (4), (5) suy ra: $S_{CDE} = \frac{1}{2} \cdot S_{ADF} \Rightarrow \frac{S_{CDE}}{S_{ADF}} = \frac{1}{2}$	2
Bài 5 2đ	$\frac{(x-5)^2}{3} = \frac{7-y^2}{2} \Rightarrow 2(x-5)^2 = 3(7-y^2) \Rightarrow 2(x-5)^2 + 3y^2 = 21$ Vì: $3y^2 : 3; 21 : 3 \Rightarrow 2(x-5)^2 : 3$; mà $(2, 3) = 1 \Rightarrow (x-5)^2 : 3 \Rightarrow (x-5) : 3$ Đặt $(x-5) = 3k; (k \in \mathbb{Z})$ ta có: $2(3k)^2 + 3y^2 = 21 \Rightarrow 6k^2 + y^2 = 7$: $k = 0$ không thỏa mãn. Vậy $k \neq 0, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 6 \leq 6k^2 < 7 \Rightarrow k^2 = 1; y^2 = 1$ $+ k = 1 \Rightarrow x - 5 = 3 \Rightarrow x = 8$ $+ k = -1 \Rightarrow x - 5 = -3 \Rightarrow x = 2$ Vậy có 4 cặp số x, y gồm (2; 1); (2; -1); (8; 1); (8; -1)	2

Lưu ý: Mọi cách giải đúng đều cho điểm tối đa.