

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1.(4,0 điểm). Tính giá trị các biểu thức sau:

- a) $(-2013).2014+1007.26$
b) $2^3.5^3-3.\{400-[673-2^3.(7^8:7^6+7^0)]\}$
c) $2023-\frac{1}{2.6}-\frac{1}{4.9}-\frac{1}{6.12}-\dots-\frac{1}{36.57}-\frac{1}{38.60}$

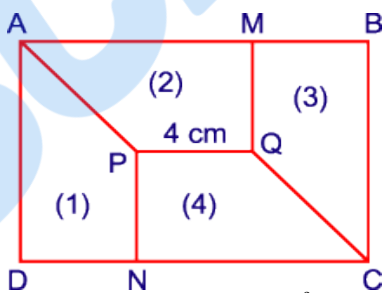
Câu 2. (4.0 điểm). Tìm số nguyên x biết:

- 1) Tìm x biết: $(3x-7)^3=2^3.3^2+53$
2) $(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{2022}).x=\frac{2021}{1}+\frac{2020}{2}+\dots+\frac{2}{2020}+\frac{1}{2021}$

Câu 3. (6,0 điểm).

- 1) Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho: $xy-2x-y=1$
2) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho khi chia cho 11 dư 6, chia cho 4 dư 1 và chia cho 19 dư 11.
3) Tìm các số nguyên tố x, y sao cho: $x^2+117=y^2$

Câu 4.(4,0 điểm). 1) Cho (1), (2), (3), (4) là các hình thang vuông có kích thước bằng nhau. Biết rằng $PQ=4\text{cm}$. Tính diện tích hình chữ nhật ABCD.



- 2) Cho đoạn thẳng $AB=8\text{cm}$. Điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC=4\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AC.
3) Cho điểm Q không thuộc đường thẳng xy và lấy thêm 2019 điểm phân biệt khác thuộc đường thẳng xy và không trùng với 4 điểm A, B, M, O. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu đoạn thẳng có 2 đầu mút là 2 điểm trong số các điểm đã cho?

Câu 5. (2,0 điểm). Chứng tỏ rằng: $P=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^3}\right)\dots\left(1+\frac{1}{2^{200}}\right)<3$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

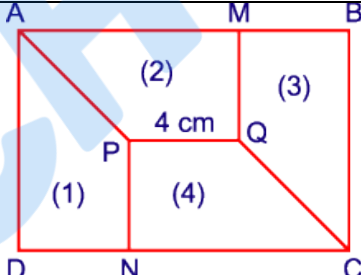
Họ và tên thí sinh: SBD.....

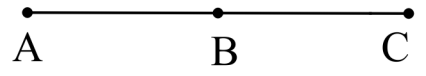
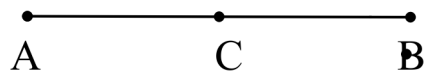
ĐÁP ÁN CHẤM GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI

Môn: Toán 6

Câu	Nội dung	Điểm
1 (4đ)	a) (1 điểm): $(-2013).2014 + 1007.26$ $= (-2013).2014 + 2014.13$ $= 2014.(-2013 + 13)$ $= 2014.(-2000) = -4028000$	0.5đ 0.25đ 0.25đ
	b) (1 điểm) $2^3 \cdot 5^3 - 3 \cdot \{400 - [673 - 2^3 \cdot (7^8 : 7^6 + 7^0)]\}$ $= 8.125 - 3 \cdot \{400 - [673 - 8.50]\}$ $= 1000 - 3 \cdot \{400 - 273\} = 619$	0.5đ 0.5đ
	c) (2 điểm) $2023 - \frac{1}{2.6} - \frac{1}{4.9} - \frac{1}{6.12} - \dots - \frac{1}{36.57} - \frac{1}{38.60}$ $= 2023 - \frac{1}{2.3} \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{18.19} + \frac{1}{19.20} \right)$ $= 2023 - \frac{1}{2.3} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{18} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} \right)$ $= 2023 - \frac{1}{6} \left(1 - \frac{1}{20} \right)$ $= 2023 - \frac{1}{6} \cdot \frac{19}{20} = 2022 \frac{101}{120}$	0.75đ 0.75đ 0,25 đ 0,25 đ
2 (4đ)	1) (2 điểm): Ta có $(3x - 7)^3 = 2^3 \cdot 3^2 + 53$ $(3x - 7)^3 = 125$ $(3x - 7)^3 = 5^3$ $3x - 7 = 5$ $3x = 5 + 7 = 12$ $x = 12 : 3 = 4$ Vậy $x = 4$	0.5đ 0.5đ 0,5đ 0,25đ 0,25

	2) (2 điểm) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022}\right) \cdot x = \frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \dots + \frac{2}{2020} + \frac{1}{2021}$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022}\right) \cdot x = \left(\frac{2020}{2} + 1\right) + \left(\frac{2019}{3} + 1\right) + \dots + \left(\frac{2}{2020} + 1\right) + \left(\frac{1}{2021} + 1\right) + 1$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022}\right) \cdot x = \frac{2022}{2} + \frac{2022}{3} + \frac{2022}{4} + \dots + \frac{2022}{2020} + \frac{2022}{2021} + \frac{2022}{2022}$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022}\right) \cdot x = 2022 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022}\right)$ $\Rightarrow x = 2022$ Vậy $x = 2022$	0, 5đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ																				
3 (6đ)	1.(2 điểm) Ta có: $xy - 2x - y = 1$ $\Rightarrow (xy - 2x) - (y - 2) - 2 = 1$ $\Rightarrow x(y - 2) - (y - 2) = 3$ $\Rightarrow (x - 1)(y - 2) = 3$. Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $(x - 1); (y - 2)$ là ước của 3. Ta có bảng sau: <table border="1"> <tr> <td>$x - 1$</td> <td>-1</td> <td>-3</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$y - 2$</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> </table> Suy ra <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>-2</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>3</td> </tr> </table> Đổi chiếu điều kiện $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow (x, y) \in \{(0; -1); (-2; 1); (2; 5); (4; 3)\}$.	$x - 1$	-1	-3	1	3	$y - 2$	-3	-1	3	1	x	0	-2	2	4	y	-1	1	5	3	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ
$x - 1$	-1	-3	1	3																		
$y - 2$	-3	-1	3	1																		
x	0	-2	2	4																		
y	-1	1	5	3																		
	2) (2 điểm) Gọi số tự nhiên nhỏ nhất thỏa mãn đề bài là: a Vì a chia cho 11 dư 6 nên ta có: $a = 11.x + 6 \ (x \in \mathbb{N})$ $\Rightarrow a + 27 = 11.x + 6 + 27 = (11.x + 33) : 11$ $\Rightarrow (a + 27) : 11 \ (1)$ Vì a chia cho 4 dư 1 nên ta có: $a = 4.y + 1 \ (y \in \mathbb{N})$ $\Rightarrow a + 27 = (4.y + 1) + 27 = (4.y + 28) : 4$ $\Rightarrow (a + 27) : 4 \ (2)$ Vì a chia cho 19 dư 11 nên ta có:	0,25đ 0,5đ 0,25đ																				

	$a = 19.z + 11 \ (z \in N)$ $\Rightarrow a + 27 = (19.z + 11) + 27 = (19.z + 38) : 19$ $\Rightarrow (a + 27) : 19 \ (3)$ Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow (a + 27) \in BC(11, 4, 19)$ Mà a nhỏ nhất nên $a + 27 = BCNN(11, 4, 19)$ $a + 27 = 836$ $a = 809$ Vậy $a = 809$.	0,25đ 0,25đ 0,5đ
	3) (2 điểm). * Với $x = 2$, ta có: $2^2 + 117 = y^2 \Leftrightarrow y^2 = 121 \Rightarrow y = 11$ (là số nguyên tố) * Với $x > 2$, mà x là số nguyên tố nên x lẻ $\Rightarrow y^2 = x^2 + 117$ là số chẵn $\Rightarrow y$ là số chẵn kết hợp với y là số nguyên tố nên $y = 2$ (loại) Vậy $x = 2; y = 11$.	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
4	 a) (1,5 điểm) Vì các hình thang vuông $PQMA$, $QMBC$, $QPNC$, $PNDA$ bằng nhau nên: $MQ = NP = QP = 4 \text{ cm}$ và $CN = AD$. Mặt khác $AD = NP + QM = 4 + 4 = 8(\text{cm})$. Do đó $CN = AD = 8 \text{ cm}$. Diện tích hình thang vuông $PQCN$ là: $(CN + PQ) NP : 2 = (8 + 4) . 4 : 2 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$ Suy ra diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $24.4 = 96 \text{ (cm}^2\text{)}$.	0.5đ 0.5đ 0.25đ 0.25đ
	2. (1,5 điểm).Xét hai trường hợp :	

	*TH 1: C thuộc tia đối của tia BA. Hai tia BA, BC là hai tia đối nhau $\Rightarrow B$ nằm giữa A và C $AC = AB + BC = 8 + 4 = 12 (cm)$. *TH 2 : C thuộc tia BA. C nằm giữa A và B (Vì $BA > BC$) $\Rightarrow AC + BC = AB \Rightarrow AC = AB - BC$ $8 - 4 = 4 (cm)$.	  0,25đ 0,5đ 0,25đ 0,5đ
	3) (1 điểm). Tổng số điểm trên đường thẳng xy là 2023 điểm Gọi tên các điểm đó là A, B, M, O, P₁, P₂, P₃, ..., P₂₀₁₉ Từ Q vẽ được 2023 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại Từ A vẽ được 2022 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại (trừ điểm Q) Từ B vẽ được 2021 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại (trừ điểm A, Q) Vậy tổng số đoạn thẳng vẽ được là: $2023 + 2022 + 2021 + \dots + 3 + 2 + 1$ $= 2023.(2023 + 1) : 2 = 2\,073\,276$	0.25đ 0.25đ 0.25đ 0.25đ
5 (2đ)	Ta có: $2^n > 2^n - 2 \quad (n \in N)$ $\Rightarrow \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^n - 2} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2^n} < 1 + \frac{1}{2^n - 2}$ $\Rightarrow 1 + \frac{1}{2^n} < \frac{2^n - 1}{2(2^{n-1} - 1)}$ Áp dụng vào P ta có: $P = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^3}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2^{200}}\right)$ $< \frac{3}{2} \cdot \frac{2^2 - 1}{2(2 - 1)} \cdot \frac{2^3 - 1}{2(2^2 - 1)} \cdot \frac{2^4 - 1}{2(2^3 - 1)} \dots \frac{2^{100} - 1}{2(2^{99} - 1)}$ $= \frac{3}{2} \cdot \frac{2^{100} - 1}{2^{99}} = 3 \cdot \frac{2^{100} - 1}{2^{100}} = 3 - \frac{3}{2^{100}} < 3 (dpcm)$	0.5đ 0.5đ 0.5đ 0.5đ

Lưu ý: -Nếu HS làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

-Bài hình vẽ hình sai hoặc không vẽ hình không chấm điểm. các trường hợp khác do tổ chấm thống nhất.

