

Ngày thi: 25 tháng 03 năm 2023

Môn thi: Toán 7

Thời gian làm bài: 120 phút
(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1 (2 điểm)

- 1) So sánh: 27^{12} và 81^9
- 2) Tính nhanh: $S = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \frac{1}{7.10} + \dots + \frac{1}{2017.2020} + \frac{1}{2020.2023}$
- 3) Rút gọn: $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2022}$

Câu 2 (2 điểm)

- 1) Tìm x, y biết: $\frac{2x+1}{5} = \frac{3y-2}{7} = \frac{2x+3y-1}{6x}$
- 2) Cho $A = -1 - 3 - 3^2 - 3^3 - \dots - 3^{2020}$. Tìm các số tự nhiên x để $1-2A = 9^{1010} \cdot 3^{x-2}$
- 3) Tìm x biết: $|x+1| + |x+2| + |x+2020| = 4x$

Câu 3 (2 điểm)

- 1) Cho x, y là các số nguyên thỏa mãn $|x-1| + y^2 = 1$ và $|y| < |x|$.
Tính giá trị biểu thức $P = (3x + 4y - 5)^{2022}$
- 2) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $x - y + 2xy = 7$
- 3) Cho $x, y \in \mathbb{N}^*$ và p là số nguyên tố thỏa mãn: $x^2 + xy = 2x + 2y + p^2$
Chứng minh rằng: $y = p^2 - 3$

Câu 4 (3 điểm) Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$. Tia phân giác của góc B cắt AC tại D và tia phân giác của góc C cắt AB tại E; BD và CE cắt nhau tại I.

- a) Tính số đo góc BIC
- b) Trên cạnh BC lấy điểm F sao cho $BF = BE$. Chứng minh rằng: $FI = DI$
- c) Trên tia IF lấy điểm K sao cho $IK = IB$. Vẽ tam giác BCH đều (H và A khác phía với đường thẳng BC). Chứng minh 3 điểm I, K, H thẳng hàng.

Câu 5 (1 điểm)

Cho $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{2021.2022}$ và $B = 1011 + \frac{1010}{1012} + \frac{1009}{1013} + \frac{1008}{1014} + \dots + \frac{2}{2020} + \frac{1}{2021}$

Chứng minh rằng: $\frac{B}{A}$ là số nguyên

-----Hết-----

Họ và tên học sinh: Số báo danh.....

Giám thị 1:

Giám thị 2:

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 7

Câu	Nội dung	Điểm
1 2đ	1) $27^{12} = (3^3)^{12} = 3^{36}$ $81^9 = (3^4)^9 = 3^{36} \Rightarrow 27^{12} = 81^9$	0.25đ 0.25đ
	2) $3.S = \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \dots + \frac{3}{2020.2023}$ $= \frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2023}$ $= \frac{1}{1} - \frac{1}{2023}$ $S = \frac{2022}{2023} : 3 = \frac{674}{2023}$	0.25đ 0.25đ 0.25đ
	3) Rút gọn: $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2022}$ Ta có: $2A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2023}$ $2A - A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2023} - 1 - 2 - 2^2 - 2^3 - \dots - 2^{2022}$ $\Rightarrow A = 2^{2023} - 1$	0.25đ 0.25đ 0.25đ
2 2đ	1) $\frac{2x+1}{5} = \frac{3y-2}{7} = \frac{2x+3y-1}{5+7} \Rightarrow \frac{2x+3y-1}{12} = \frac{2x+3y-1}{6x}$ +) Nếu: $2x+3y-1=0 \Rightarrow \frac{2x+1}{5} = \frac{3y-2}{7} = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}; y = \frac{2}{3}$ +) Nếu: $2x+3y-1 \neq 0 \Rightarrow 6x=12 \Rightarrow x=2 \Rightarrow \frac{2x+1}{5} = \frac{3y-2}{7} \Rightarrow y=3$ Vậy $(x;y) \in \left\{ \left(\frac{-1}{2}; \frac{2}{3} \right); (2;3) \right\}$	0.25đ 0.25đ 0.25đ
	2) $3A = -3 - 3^2 - 3^3 - \dots - 3^{2021}$ $3A - A = -3 - 3^2 - 3^3 - \dots - 3^{2021} + 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2020} = -3^{2021} + 1$ $\Rightarrow 2A = -3^{2021} + 1 \Rightarrow 1 - 2A = 3^{2021}$ Mà $1 - 2A = 9^{1010} \cdot 3^{x-2} \Rightarrow 3^{2021} = 3^{2020} \cdot 3^{x-2} \Rightarrow 3^{2021} = 3^{x+2018} \Rightarrow x = 3$	0.5đ 0.25đ
	3) vì $ x+1 + x+2 + x+2020 \geq 0 \Rightarrow 4x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow x+1 > 0; x+2 > 0; x+2020 > 0$ $\Rightarrow x+1 + x+2 + x+2020 = x+1 + x+2 + x+2020$ $\Rightarrow x+1 + x+2 + x+2020 = 4x \Rightarrow 3x + 2023 = 4x \Rightarrow x = 2023$	0.25đ 0.25đ
	1) Từ đề bài suy ra $y^2 \leq 1 \Rightarrow y \in \{-1; 0; 1\}$ • $y = \pm 1 \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$ (loại) • $y = 0 \Rightarrow x-1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \text{ (L)} \end{cases}$ Khi đó $P = (3.2 + 4.0 - 5)^{2023} = 1$	0.25 0.25

3 2đ	2) $x - y + 2xy = 7$ $\Rightarrow 4xy + 2x - 2y = 14 \Rightarrow 2x(2y + 1) - (2y + 1) = 13 \Rightarrow (2x - 1)(2y + 1) = 13$ $13 = 1.13 = (-1).(-13) = (-13)(-1)$ ta có bảng sau	0.25đ																				
	<table><tr><td>2x-1</td><td>1</td><td>13</td><td>-1</td><td>-13</td></tr><tr><td>2y+1</td><td>13</td><td>1</td><td>-13</td><td>-1</td></tr><tr><td>x</td><td>1</td><td>7</td><td>0</td><td>-6</td></tr><tr><td>y</td><td>6</td><td>0</td><td>-7</td><td>-1</td></tr></table>	2x-1	1	13	-1	-13	2y+1	13	1	-13	-1	x	1	7	0	-6	y	6	0	-7	-1	0.25đ
	2x-1	1	13	-1	-13																	
	2y+1	13	1	-13	-1																	
x	1	7	0	-6																		
y	6	0	-7	-1																		
$\Rightarrow (x; y) \in \{(1; 6); (7; 0); (0; -7); (-6; -1)\}$	0.25đ																					
3) $x^2 + xy = 2x + 2y + p^2 \Leftrightarrow (x+y)(x-2) = p^2$ $x, y \in N^* \Rightarrow x + y > 0 \Rightarrow x - 2 > 0$ và $x + y > x - 2$ Mà p nguyên tố $\Rightarrow p^2 = p^2.1 = 1. p^2 = p.p$ Suy ra: $\begin{cases} x-2=1 \\ x+y=p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ 3+y=p^2 \end{cases}$ $\Rightarrow y = p^2 - 3$ (đccm)	0.25đ 0.25đ																					
4 3đ																						
	a) Xét tam giác ABC có $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{CAB} = 120^\circ$ $\Rightarrow \frac{1}{2} \widehat{ABC} + \frac{1}{2} \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \widehat{IBC} + \widehat{ICB} = 60^\circ$ Xét tam giác IBC có $\widehat{BIC} = 180^\circ - (\widehat{IBC} + \widehat{ICB}) = 120^\circ$	0.25đ 0.5đ 0.25đ																				
	b) + Chứng minh: $\triangle BEI = \triangle BFI \Rightarrow \widehat{BIF} = \widehat{BIE} = 180^\circ - \widehat{BIC} = 60^\circ$ + Chứng minh: Mà $\widehat{FIC} = \widehat{DIC} = 60^\circ$ + Chứng minh: $\triangle CIF = \triangle CID \Rightarrow ID = IF.$	0.5đ 0.25đ. 0. 25đ																				
	c) Chứng minh: $\triangle BIK$ đều $\Rightarrow BI = BK$ Chứng minh: $\widehat{KBH} = \widehat{CBI} = (60^\circ - \widehat{KBF})$ Chứng minh: $\triangle BIC = \triangle BKH \Rightarrow \widehat{BIC} = \widehat{BKH} = 120^\circ$ $\Rightarrow \widehat{BKI} + \widehat{BKH} = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow I, K, H$ thẳng hàng	0.25đ. 0. 25đ 0.25đ. 0. 25đ																				

5 1đ	$A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{2021.2022} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}$ $A = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2022}\right)$ $A = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}\right) - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2022}\right)$ $A = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}\right) - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \dots - \frac{1}{1011} = \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \frac{1}{1014} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}$ $B = 1011 + \frac{1010}{1012} + \frac{1009}{1013} + \frac{1008}{1014} + \dots + \frac{2}{2020} + \frac{1}{2021} = \left(1 + \frac{1010}{1012}\right) + \left(1 + \frac{1009}{1013}\right) + \left(1 + \frac{1008}{1014}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2021}\right) + 1$ $B = \frac{2022}{1012} + \frac{2022}{1013} + \frac{2022}{1014} + \dots + \frac{2022}{2021} + \frac{2022}{2022} = 2022 \left(\frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \frac{1}{1014} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}\right)$ B: A = 2022 là số nguyên.	0. 25đ 0. 25đ
-------------------------------	--	-----------------------------

Chú ý: Học sinh có thể làm bài theo cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.