

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 10/01/2024

Câu 1: (5,0 điểm)

a) Cho $x = \frac{\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{5}}$. Tính $P = (x^3 - 4x + 1)^{2024}$

b) Cho biểu thức: $A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}\right)$

Rút gọn A và so sánh A với $-\frac{5}{2}$

Câu 2: (4,0 điểm)

a) Giải phương trình: $2(x^2 + 2x + 3) = 5\sqrt{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}$

b) Cho a, b, c là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$.

Chứng minh rằng các số a + b và abc đồng thời là các số chính phương.

Câu 3: (4,0 điểm)

a) Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn $x + y + z = 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$

b) Cho các số $A = \sqrt{2012} - \sqrt{2011}$; $B = \sqrt{2013} - \sqrt{2012}$. Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy so sánh A và B.

Câu 4: (2,5 điểm)

Cho ba đường tròn bằng nhau, bán kính R có các tâm M, N, P cùng đi qua O, đôi một cắt nhau tại A, B, C. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cũng có bán kính R.

Câu 5: (4,5 điểm).

Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. N là điểm tùy ý thuộc cạnh AB. Gọi E là giao điểm của CN và DA. Vẽ tia Cx vuông góc với CE và cắt AB tại F. Lấy M là trung điểm của EF.

a) Chứng minh: CM vuông góc với EF.

b) Chứng minh: $NB \cdot DE = a^2$ và B, D, M thẳng hàng.

c) Tìm vị trí của N trên AB sao cho diện tích của tứ giác AEFC gấp 3 lần diện tích của hình vuông ABCD.

-----HẾT-----

Lưu ý: - Học sinh không được sử dụng tài liệu.

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.