

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu I (4,0 điểm).

1. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x^2 - 4} - \frac{2}{x - 2} + \frac{1}{x + 2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right)$. Với $x \neq \pm 2$

Rút gọn A và tính giá trị của A khi $|x - 1| = 3$.

2. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $5a^2 + b^2 + c^2 - 4ab - 2a + 2c + 2 = 0$.

Tính giá trị biểu thức $B = \frac{19}{a^{19}} - \frac{5}{(b-3)^5} + \frac{1890}{c^{2024}}$.

Câu II (4,0 điểm).

1. Tìm x biết: $(x^2 + x)(x^2 + x - 5) = 6$.

2. Cho ba đơn thức $A = -\frac{2}{3}x^3yz^2$; $B = \frac{3}{5}xy^2z^3$; $C = -\frac{1}{2}x^2yz$. Tính tích $A.B.C$ từ đó suy ra

trong ba đơn thức trên có ít nhất một đơn thức không âm với mọi x, y, z .

3. Chọn ngẫu nhiên hai số nguyên dương nhỏ hơn 13. Tính xác suất để hai số được chọn là hai số nguyên tố trong đó có một số chẵn và một số lẻ.

Câu III (4,0 điểm).

1. Tìm x, y nguyên thỏa mãn: $2xy^2 + x + y - 1 = x^2 + 2y^2 + xy$.

2. Cho a là số nguyên dương và b là ước nguyên dương của $2a^2$. Chứng minh rằng: $a^2 + b$ không là số chính phương.

Câu IV (6,0 điểm).

Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Trên cạnh BC lấy điểm M bất kì. Kẻ ME vuông góc với AB tại E , MF vuông góc với AC tại F . Qua B kẻ đường thẳng (d_1) song song với AC , qua C kẻ đường thẳng (d_2) song song với AB . Gọi D là giao điểm của (d_1) và (d_2)

1. Chứng minh: tứ giác $AEMF$ là hình chữ nhật và tổng $\frac{EM}{AC} + \frac{FM}{AB}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M .

2. Gọi O là giao điểm của AM và EF , I là giao điểm của DE với BF . Chứng minh DE vuông góc với BF tại I và $OI = OM$.

3. Kí hiệu S_1 là diện tích tam giác BEM ; S_2 là diện tích tam giác CFM . Xác định vị trí điểm M để S_1, S_2 lớn nhất.

Câu V (2,0 điểm).

1. Cho x, y là các số dương. Chứng minh: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$.

2. Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = 2024$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{2a+3b+3c} + \frac{1}{3a+2b+3c} + \frac{1}{3a+3b+2c}$.

-----HẾT-----