

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tính: $A = 1\frac{13}{15} \cdot (0,5)^2 \cdot 3 + \left(\frac{8}{15} - 1\frac{19}{60}\right) : 1\frac{23}{24}$

b) Tìm x biết: $\frac{15}{28} - \left|x - \frac{3}{14}\right| = -\frac{5}{12}$

Câu 2. (1,5 điểm)

a) Tìm x, y, z biết: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}; \frac{y}{6} = \frac{z}{8}$ và $2x + y - z = -14$

b) Tính giá trị của đa thức $P = x^3 + x^2y - 2x^2 - xy - y^2 + 3y + x + 2023$ với $x + y = 2$.

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của các tia BC và CB lấy theo thứ tự hai điểm D và E sao cho $DB = CE$. Gọi M là trung điểm của BC, từ B và C kẻ BH và CK lần lượt vuông góc với AD và AE. Chứng minh:

a) Tam giác ADE cân;

b) AM là tia phân giác của góc DAE;

c) $BK = CH$;

d) Ba đường thẳng AM, BH, CK cùng đi qua một điểm.

Câu 4. (2,5 điểm)

a) Chứng minh rằng: nếu x và y là các số nguyên sao cho $2x + 3y$ chia hết cho 17 thì $9x + 5y$ chia hết cho 17.

b) Cho p là một số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh $(p - 1)(p + 1)$ chia hết cho 24.

c) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $C = \frac{4x-7}{x-2}$ có giá trị nguyên.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho $A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023}$ và

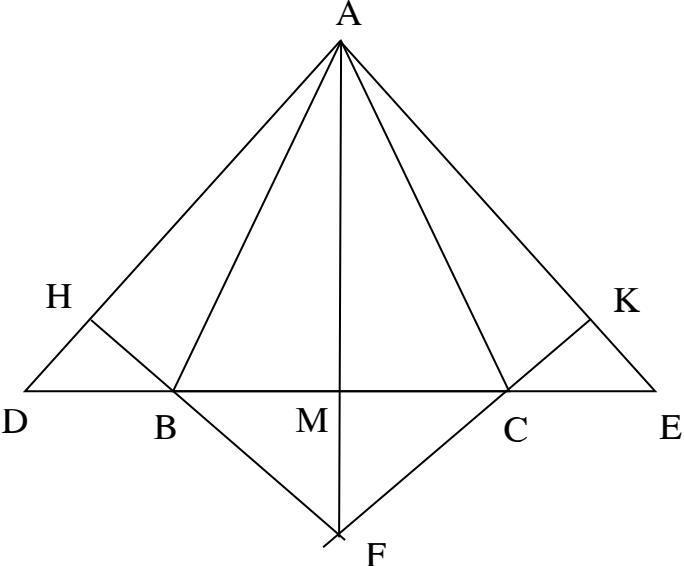
$$B = \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023}$$

Hãy so sánh A và B.

-----Hết-----

Giám thị không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:.....; số báo danh:.....

Bài	Ý	Nội dung đáp án	Điểm
1 (2,0)	a (1,0)	$A = 1\frac{13}{15} \cdot (0,5)^2 \cdot 3 + \left(\frac{8}{15} - 1\frac{19}{60}\right) : 1\frac{23}{24}$	0,25
		$= \frac{28}{15} \cdot \frac{1}{4} \cdot 3 + \left(\frac{8}{15} - \frac{79}{60}\right) : \frac{47}{24}$	0,25
		$= \frac{7}{5} + \left(-\frac{47}{60}\right) : \frac{47}{24}$	0,25
		$= \frac{7}{5} + \left(-\frac{2}{5}\right)$	0,25
		$= 1$	
b (1,0)		$\frac{15}{28} - \left x - \frac{3}{14}\right = -\frac{5}{12} \Rightarrow \left x - \frac{3}{14}\right = \frac{15}{28} + \frac{5}{12} = \frac{20}{21}$	0,25
		$\Rightarrow x - \frac{3}{14} = \frac{20}{21} \text{ hoặc } x - \frac{3}{14} = -\frac{20}{21}$	0,25
		$\Rightarrow x = \frac{20}{21} + \frac{3}{14} \text{ hoặc } x = -\frac{20}{21} + \frac{3}{14}$	0,25
		$\Rightarrow x = \frac{7}{6} \text{ hoặc } x = -\frac{31}{42}$	0,25
2	a (0,75)	$\frac{x}{3} = \frac{y}{4}; \frac{y}{6} = \frac{z}{8} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{12}; \frac{y}{12} = \frac{z}{16} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16}$	0,25
		$\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} = \frac{2x}{18} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} = \frac{2x+y-z}{18+12-16} = \frac{-14}{14} = -1$	0,25
		$\Rightarrow x = -1 \cdot 9 = -9; y = -1 \cdot 12 = -12; z = -1 \cdot 16 = -16$	0,25
	b (0,75)	$P = x^3 + x^2y - 2x^2 - xy - y^2 + 3y + x + 2023$	
		$= x^2(x+y) - 2x^2 - y(x+y) + 3y + x + 2023$	0,25
		$= 2x^2 - 2x^2 - 2y + 2y + y + x + 2023$	0,25
3 (3,0)	Vẽ hình	$= 2 + 2023 = 2025$	0,25
			

4 (2,5)	a (0,75)	Tam giác ABC cân tại A $\Rightarrow AB = AC$ và $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ $\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACE}$	0,25	
		$\triangle ABD$ và $\triangle ACE$ có $AB = AC$; $\widehat{ABD} = \widehat{ACE}$; $DB = CE$ $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACE$ (c-g-c)	0,25	
		$\Rightarrow AD = AE \Rightarrow \triangle ADE$ cân tại A	0,25	
	b (0,75)	M là trung điểm của BC $\Rightarrow MB = MC \Rightarrow MD = ME$ (vì BD = CE)	0,5	
		$\Rightarrow AM$ là đường trung tuyến của tam giác ADE	0,25	
		Mà tam giác ADE cân tại A nên AM cũng là đường phân giác của tam giác ABC $\Rightarrow AM$ là tia phân giác của góc DAE	0,25	
	c (0,75)	$\triangle ABD = \triangle ACE$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{AEC}$ hay $\widehat{HDB} = \widehat{KEC}$	0,25	
		$\triangle HDB$ và $\triangle KEC$ có $\widehat{HDB} = \widehat{KEC} = 90^\circ$; $BD = CE$; $\widehat{HDB} = \widehat{KEC}$ $\Rightarrow \triangle HDB = \triangle KEC$ (ch-gn) $\Rightarrow AD = AE$	0,25	
		$\triangle HDC$ và $\triangle KEB$ có $HD = KE$; $\widehat{HDC} = \widehat{KEB}$; $DC = EB$ $\Rightarrow \triangle HDC = \triangle KEB$ (c-g-c) $\Rightarrow HC = KB$	0,25	
	c (0,5)	Gọi F là giao điểm của HB và KC $\triangle AHF$ và $\triangle AKF$ có: OF cạnh chung; $\widehat{AHF} = \widehat{AKF} = 90^\circ$ $AH = AK$ (vì AD = AE và AD = KE) $\Rightarrow \triangle AHF = \triangle AKF$ (ch-cgv)	0,25	
		$\Rightarrow \widehat{FAH} = \widehat{FAK}$ hay AF là tia phân giác của góc HAK hay AF là tia phân giác của góc DAE. Mặt khác, AM là tia phân giác của góc DAE Do đó AF trùng với AM $\Rightarrow$ Ba đường thẳng AM, BH, CK cắt nhau tại F	0,25	
		a (1,0)	$2x + 3y : 17 \Rightarrow 9(2x + 3y) : 17 \Rightarrow 18x + 27y : 17$	0,25
			$\Rightarrow 18x + 10x + 17y : 17 \Rightarrow 2(9x + 2x) + 17y : 17$	0,25
			$\Rightarrow 2(9x + 2x) : 17$ (vì $17y : 17$)	0,25
			Mà $(2,17) = 1$ nên $9x + 2x : 17$	
b (1,0)		p là một số nguyên tố lớn hơn 3 $\Rightarrow p$ là số nguyên tố lẻ $\Rightarrow p = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow (p - 1)(p + 1) = (2k + 1 - 1)(2k + 1 + 1)$ $= 2k.(2k + 2) = 4k(k + 1)$	0,25	
		Vì k và k + 1 là hai số tự nhiên liên tiếp nên $k(k + 1) : 2$ $\Rightarrow 4k(k + 1) : 8 \Rightarrow (p - 1)(p + 1) : 8$ (1)	0,25	
		p là một số nguyên tố lớn hơn 3 $\Rightarrow p = 3m + 1$ hoặc $p = 3m + 2$ ($m \in \mathbb{N}$)	0,25	
		Khi $p = 3m + 1$ thì $(p - 1)(p + 1) = 3m(3m + 2) : 3$		
		Khi $p = 3m + 2$ thì $(p - 1)(p + 1) = (3m + 1)(3m + 3) : 3$ $\Rightarrow (p - 1)(p + 1) : 3$ (2)	0,25	
		Từ (1) và (2) suy ra: $(p - 1)(p + 1) : (3.8)$ vì $(3,8) = 1$ $\Rightarrow (p - 1)(p + 1) : 24$		
c (1,0)	$C = \frac{4x-7}{x-2} = \frac{4x-8+1}{x-2} = \frac{4(x-2)+1}{x-2} = 4 + \frac{1}{x-2}$	0,25		
	Để C có giá trị nguyên thì $\frac{1}{x-2}$ phải có giá trị nguyên	0,25		
	Khi đó $x - 2$ là ước số nguyên của 1 $\Rightarrow x - 2 = -1$ hoặc $x - 2 = 1$ $\Rightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$			
	Vậy, khi $x = 1$ hoặc $x = 3$ thì biểu thức $C = \frac{4x-7}{x-2}$	0,25		

5 (1,0)	$B = \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023}$ $= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \right)$ $- \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} \right)$ $= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \right)$ $- 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1012} \right)$	0,25
	$= \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2012} + \frac{1}{2013} \right) + \left(\frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} + \dots + \frac{1}{2023} \right)$	0,25
	$A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023}$ $= \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2012} + \frac{1}{2013} \right) + \left(-\frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} - \dots - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \right)$	0,25
	Vậy, $A < B$.	0,25