

**Bài 1: (5,0 điểm).** 1/ Thực hiện phép tính

$$a/ M = \left(1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{1}{36} - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}\right)^3$$

$$b/ N = \frac{2^{36} \cdot 3^{12} - 4^{18} \cdot 9^6}{(2^3 \cdot 3)^{12} + 16^9 \cdot 3^{12}} + \frac{7^3 \cdot (-5)^{10} - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + (-5)^9 \cdot (-14)^3}$$

2/ Tìm số hữu tỉ x biết:

$$a/ \left(3 - \left|x - \frac{1}{2}\right|\right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$$

$$b/ \frac{x+1}{2022} + \frac{x+2}{2021} = \frac{x+3}{2020} + \frac{x+4}{2019}$$

**Bài 2: (3,0 điểm).**

Lớp 7A có 52 học sinh chia làm ba tổ. Nếu tổ một bớt đi 1 học sinh, tổ hai bớt đi 2 học sinh, tổ ba thêm vào 3 học sinh thì số học sinh tổ một, tổ hai, tổ ba tỉ lệ nghịch với 3;4;2. Tìm số học sinh của mỗi tổ.

**Bài 3: (4,0 điểm).**

a/ Cho ba số x, y, z tỉ lệ với 3, 4, 5.

Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{2022x+2023y-2024z}{2022x-2023y+2024z}$

b/ Tìm hệ số a sao cho đa thức  $G(x) = x^4 + x^2 + a$  chia hết cho đa thức  $M(x) = x^2 - x + 1$ .

**Bài 4: (7,0 điểm)**

Cho tam giác ABC có  $AB < AC$ . Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm I. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho  $AD = AB$ .

a/ Chứng minh rằng  $BI = ID$ .

b/ Tia DI cắt tia AB tại điểm E. Chứng minh rằng  $\triangle IBE = \triangle IDC$ , Từ đó suy ra  $BD \parallel CE$ .

c/ Gọi H là trung điểm của EC. Chứng minh ba điểm A, H, I thẳng hàng và  $AH \perp BD$ .

d/ Cho  $\widehat{ABC} = 2 \cdot \widehat{ACB}$ . Chứng minh  $AB + BI = AC$ .

**Bài 5: (1,0 điểm).**

Cho biết  $xyz = 1$ . Tính giá trị  $A = \frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1}$ .

HẾT

Họ tên học sinh: .....SBD:.....

Lưu ý: Giáo viên không giải thích gì thêm; học sinh không được dùng máy tính.

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT HSG TOÁN 7**  
**NĂM HỌC 2022-2023**

| Bài                          | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Điểm                                           |
|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| <b>1.1a</b><br><b>(1,5đ)</b> | $1a/ M = \left(1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{1}{36} - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}\right)^3$ $= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2 \cdot 36 - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^3$ $= \frac{1}{36} \cdot 36 - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \frac{1}{3^3 \cdot 4^3}$ $= 1 - 1 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,5<br><br><br>0,5<br><br>0,5                  |
| <b>1.1b</b><br><b>(1,5đ)</b> | $1b/ N = \frac{2^{36} \cdot 3^{12} - 4^{18} \cdot 9^6}{(2^3 \cdot 3)^{12} + 16^9 \cdot 3^{12}} + \frac{7^3 \cdot (-5)^{10} - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + (-5)^9 \cdot (-14)^3}$ $= \frac{2^{36} \cdot 3^{12} - 2^{36} \cdot 3^{12}}{(2^3 \cdot 3)^{12} + 16^9 \cdot 3^{12}} + \frac{7^3 \cdot 5^{10} - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$ $= 0 + \frac{7^3 \cdot 5^{10}(1-7)}{5^9 \cdot 7^3(1+2^3)}$ $= \frac{5 \cdot (-6)}{9} = -\frac{10}{3}$                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,5<br><br>0,5<br><br>0,5                      |
| <b>1.2a</b><br><b>(1,0đ)</b> | $a/ \left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$ $\left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{3}{15}\right) = 1 - \frac{2}{3}$ $\left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ $\left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) = \frac{1}{3} : \frac{1}{3}$ $3 - \left x - \frac{1}{2}\right  = 1$ $\left x - \frac{1}{2}\right  = 3 - 1 = 2$ $x - \frac{1}{2} = \pm 2$ $\begin{cases} x - \frac{1}{2} = 2 \\ x - \frac{1}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \\ x = -2 + \frac{1}{2} = \frac{-3}{2} \end{cases}$ <p>Vậy <math>x \in \left\{\frac{5}{2}; \frac{-3}{2}\right\}</math></p> | 0,5<br><br><br><br><br><br><br><br><br><br>0,5 |
|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                |

|                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                             |
|--------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| <p><b>1.2b</b><br/><b>(1,0đ)</b></p> | <p>b/ <math>\frac{x+1}{2022} + \frac{x+2}{2021} = \frac{x+3}{2020} + \frac{x+4}{2019}</math></p> <p><math>\left(\frac{x+1}{2022} + 1\right) + \left(\frac{x+2}{2021} + 1\right) = \left(\frac{x+3}{2020} + 1\right) + \left(\frac{x+4}{2019} + 1\right)</math></p> <p><math>\frac{x+2023}{2022} + \frac{x+2023}{2021} = \frac{x+2023}{2020} + \frac{x+2023}{2019}</math></p> <p><math>(x + 2023) \cdot \left(\frac{1}{2022} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2020} - \frac{1}{2019}\right) = 0</math></p> <p><math>x + 2023 = 0</math> ( vì <math>\frac{1}{2022} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2020} - \frac{1}{2019} \neq 0</math> )</p> <p><math>x = -2023</math></p> <p>Vậy <math>x = -2023</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <p>0,5</p> <p>0,5</p>                       |
| <p><b>2</b><br/><b>(3,0đ)</b></p>    | <p>Gọi số học sinh tổ 1; tổ 2; tổ 3 lần lượt là a, b, c (học sinh; a, b, c <math>\in \mathbb{N}^*</math>; a, b, c &lt; 52)</p> <p>Vì lớp 7A có 52 học sinh được chia làm 3 tổ nên ta có</p> $a + b + c = 52 \quad (1)$ <p>số học sinh tổ 1; tổ 2; tổ 3 sau khi thêm bớt lần lượt là a - 1, b - 2, c + 3 ( học sinh)</p> <p>Vì tổ một bớt đi 1 học sinh, tổ hai bớt đi 2 học sinh, tổ ba thêm vào 3 học sinh thì số học sinh tổ một, hai, ba tỉ lệ nghịch với 3;4;2 nên ta có <math>3(a - 1) = 4(b - 2) = 2(c + 3)</math></p> $\Rightarrow \frac{a-1}{4} = \frac{b-2}{3} = \frac{c+3}{6} \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có</p> $\frac{a-1}{4} = \frac{b-2}{3} = \frac{c+3}{6} = \frac{a+b+c-1-2+3}{4+3+6} = \frac{52}{13} = 4$ $a - 1 = 4 \cdot 4 = 16 \Rightarrow a = 17$ $b - 2 = 4 \cdot 3 = 12 \Rightarrow b = 14$ $c + 3 = 4 \cdot 6 = 24 \Rightarrow c = 21$ <p>Vậy số học sinh tổ 1; tổ 2; tổ 3 của lớp 7A lần lượt là 17; 14; 21 học sinh.</p> | <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>1,0</p> |
| <p><b>3a</b><br/><b>(2,0đ)</b></p>   | <p>Ta có x, y, z tỉ lệ với 3; 4; 5 nên ta có <math>\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k</math></p> <p><math>\Rightarrow x = 3k; y = 4k; z = 5k</math></p> <p>Thay vào P ta có <math>P = \frac{2022 \cdot 3k + 2023 \cdot 4k - 2024 \cdot 5k}{2022 \cdot 3k - 2023 \cdot 4k + 2024 \cdot 5k}</math></p> $= \frac{6066k + 8092k - 10120k}{6066k - 8092k + 10120k}$ $= \frac{4038k}{8094k} = \frac{2019}{4047}.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <p>0,5</p> <p>1,0</p> <p>0,5</p>            |

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |            |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>3b</b> | $\begin{array}{r} x^4 + x^2 + a \\ \underline{x^4 - x^3 + x^2} \\ x^3 + a \\ \underline{x^3 - x^2 + x} \\ x^2 - x + a \\ \underline{x^2 - x + 1} \\ a - 1 \end{array}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1,0        |
| (2,0đ)    | đa thức $x^4 + x^2 + a$ chia hết cho đa thức $x^2 - x + 1$<br>$\Leftrightarrow a - 1 = 0$<br>$a = 1$<br>Vậy với $a = 1$ thì đa thức $G(x) = x^4 + x^2 + a$ chia hết cho đa thức $M(x) = x^2 - x + 1$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1,0        |
| <b>4</b>  | <br><b>4a</b><br>a/ Xét $\Delta ABI$ và $\DeltaADI$ có<br>$\left. \begin{matrix} AB = AD \text{ (gt)} \\ \widehat{BAI} = \widehat{DAI} \text{ (gt)} \\ \text{cạnh AI chung} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \DeltaABI = \DeltaADI \text{ (c.g.c)}$<br>$\Rightarrow BI = DI \text{ (hai cạnh tương ứng)}$                                                                                                                                                                                                                             | 0,5        |
| <b>4b</b> | * ) Ta có $\DeltaABI = \DeltaADI \text{ (cmt)}$<br>$\Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{ADI}$ (hai góc tương ứng)<br>Mà $\widehat{ABI} + \widehat{IBE} = \widehat{ADI} + \widehat{IDC} = 180^\circ \text{ (kề bù)}$<br>$\Rightarrow \widehat{IBE} = \widehat{IDC}$<br>Xét $\DeltaIBE$ và $\Delta IDC$ có<br>$\left. \begin{matrix} \widehat{IBE} = \widehat{IDC} \text{ (cmt)} \\ IB = ID \text{ (cmt)} \\ \widehat{BIE} = \widehat{DIC} \text{ (đối đỉnh)} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \DeltaIBE = \Delta IDC \text{ (g.c.g)}$ | 0,5<br>0,5 |

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                       |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
|                             | <p>Ta có <math>\triangle IBE = \triangle IDC</math> (cmt) <math>\Rightarrow BE = DC</math> (hai cạnh tương ứng)</p> <p>Mà <math>AB = AD \Rightarrow AB + BE = AD + DC</math> hay <math>AE = AC</math></p> <p><math>\Rightarrow \triangle AEC</math> cân tại A <math>\Rightarrow \widehat{AEC} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2}</math></p> <p>Lại có <math>AB = AD</math> (gt) <math>\Rightarrow \triangle ABD</math> cân tại A <math>\Rightarrow \widehat{ABD} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2}</math></p> <p><math>\Rightarrow \widehat{AEC} = \widehat{ABD}</math>. Chúng ở vị trí đồng vị của hai đường thẳng BD và CE <math>\Rightarrow BD \parallel CE</math> (đpcm)</p>                                                                                     | <p>0,5</p> <p>0,5</p> |
| <p><b>4c</b><br/>(2,0đ)</p> | <p>Xét <math>\triangle AEH</math> và <math>\triangle ACH</math> có</p> $\left. \begin{array}{l} AE = AC \text{ (cmt)} \\ AH \text{ chung} \\ EH = CH \text{ (gt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEH = \triangle ACH \text{ (c.c.c)}$ <p><math>\Rightarrow \widehat{EAH} = \widehat{CAH}</math> (hai góc tương ứng)</p> <p><math>\Rightarrow AH</math> là phân giác của góc BAC</p> <p>Mà AI là phân giác của góc BAC</p> <p><math>\Rightarrow AH</math> trùng AI hay ba điểm A, I, H thẳng hàng</p>                                                                                                                                                                                                                                                            | <p>0,5</p> <p>0,5</p> |
|                             | <p>Ta có <math>\triangle AEH = \triangle ACH</math> (cmt)</p> <p><math>\Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{AHC}</math> (hai góc tương ứng)</p> <p>Mà <math>\widehat{AHE} + \widehat{AHC} = 180^\circ</math> (kề bù)</p> <p><math>\Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{AHC} = 180^\circ : 2 = 90^\circ \Rightarrow AH \perp EC</math> mà <math>EC \parallel BD</math></p> <p><math>\Rightarrow AH \perp BD</math> (đpcm)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <p>0,5</p> <p>0,5</p> |
| <p><b>4d</b><br/>(1,5đ)</p> | <p>Ta có <math>\triangle IBE = \triangle IDC</math> (cmt)</p> <p><math>\Rightarrow \widehat{BEI} = \widehat{ACB}</math> (hai góc tương ứng)</p> <p>và <math>BE = DC</math> (hai cạnh tương ứng)</p> <p>Mà <math>\widehat{ABC} = \widehat{BEI} + \widehat{BIE}</math> (Góc ngoài của <math>\triangle BEI</math>)</p> <p><math>\Rightarrow 2 \cdot \widehat{ACB} = \widehat{ACB} + \widehat{BIE} \Leftrightarrow \widehat{ACB} = \widehat{BIE}</math> hay <math>\widehat{BEI} = \widehat{BIE}</math></p> <p><math>\Rightarrow \triangle BEI</math> cân tại B</p> <p><math>\Rightarrow BE = BI</math> mà <math>BE = DC</math> (cmt) <math>\Rightarrow BI = DC</math></p> <p>lại có <math>AB = AD</math> (gt)</p> <p><math>\Rightarrow AC = AD + DC = AB + BI</math> (đpcm)</p> | <p>0,5</p> <p>0,5</p> |
|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                       |

|                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                      |                       |
|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| <p><b>5</b><br/><b>(1,0đ)</b></p> | <p>Với <math>xyz = 1</math> ta có</p> $A = \frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1}.$ $= \frac{x}{xy+x+1} + \frac{xy}{xyz+xy+x} + \frac{xyz}{x^2yz+xyz+xy}.$ $= \frac{x}{xy+x+1} + \frac{xy}{xy+x+1} + \frac{1}{xy+x+1}$ $= \frac{xy+x+1}{xy+x+1} = 1$ | <p>0,5</p> <p>0,5</p> |
|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|

**Chú ý:** Học sinh làm cách khác đúng cho điểm tương đương

