

Bài 1. (4,0 điểm)

1. Tính giá trị của biểu thức $A = x^6 - 50x^5 + 50x^4 - 50x^3 + 50x^2 - 50x + 50$ tại $x = 49$.
2. Cho x, y, z thỏa mãn $\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2}$, Chứng minh rằng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.

Bài 2. (4,0 điểm)

1. Tìm các số x, y biết rằng $2x^2 + 5y^2 + 4xy - 8x + 4y + 20 = 0$.
2. Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn $2f(x) - xf(-x) = x + 10 \quad \forall x$. Tính $f(2)$.

Bài 3. (4,0 điểm)

1. Xét phép toán $a * b = a^b + b^a$ với mọi số nguyên dương a, b .

Tìm số nguyên dương x nếu $2 * x = 100$.

2. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n khác 0 thì số $n^2 + n + 1$ không phải là số chính phương.

Bài 4. (6,0 điểm)

1. Cho hình bình hành ABCD (góc A khác 120°). Vẽ các tam giác đều ABE và ADF nằm ngoài hình bình hành đó,

a) Chứng minh tam giác CEF là tam giác đều.

b) Gọi M, I, K theo thứ tự là trung điểm của BD, AF, AE. Tính góc IMK.

2. Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH. Chứng minh rằng $AB + AC < AH + BC$.

Bài 5. (2,0 điểm)

Cho x, y là các số không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Chứng minh rằng

$$x^2 y^2 (x^2 + y^2) \leq 2.$$