

Họ và tên:

Số báo danh:

Bài 1.

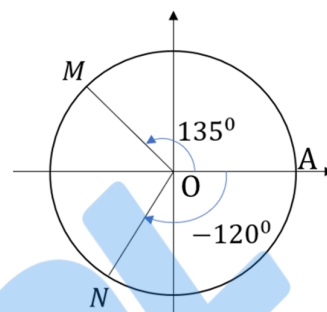
a) (1.5 điểm) Cho $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Hãy tính $\cos \alpha$, $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ và $\sin 2\alpha$.

b) (1.0 điểm) Tìm tập xác định của hàm số $y = \cot\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

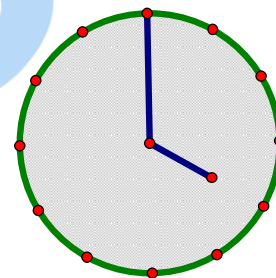
c) (1.0 điểm). Giải phương trình sau: $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$

Bài 2. (1.5 điểm)

a. Viết công thức số đo tổng quát của các góc lượng giác (OA, OM) và (OA, ON) trong hình bên.



b. Trên đồng hồ có kim chỉ giờ dài 6cm có gắn một con rùa ở đầu kim và kim chỉ phút dài 11cm có gắn một con thỏ ở đầu kim. Tại thời điểm quan sát đồng hồ đang chỉ 4 giờ đúng. Tính hiệu quãng đường của thỏ và rùa đi được tính từ lúc 4 giờ đúng đến 5 giờ đúng.



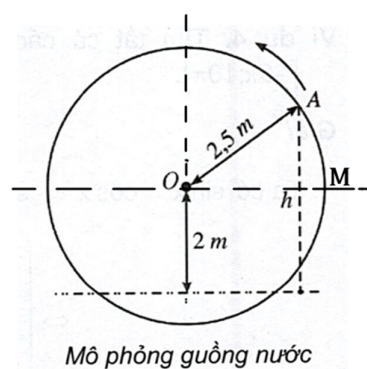
Bài 3. (1.0 điểm)

a) Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của x

$$P = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x) - \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \tan(\pi - x)$$

b) Chứng minh rằng: $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin^3 \alpha} = \frac{1 - \cot^4 \alpha}{1 - \cot \alpha}$ với mọi $\alpha \neq k\pi$, $\alpha \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Bài 4. (1.0 điểm) Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn tâm O bán kính 2,5 m, trên guồng nước có gắn một chiếc gầu múc nước; trục của guồng nước đặt tại O cách mặt nước 2 m (hình bên). Biết rằng guồng nước quay đều theo chiều ngược chiều kim đồng hồ với tốc độ 1 vòng / phút. Giả sử ban đầu chiếc gầu múc nước ở vị trí M, sau t phút ($t > 0$) guồng quay chiếc gầu múc nước đến vị trí điểm A. Gọi h (mét) là khoảng cách tính từ điểm A trên guồng nước đến mặt nước.



a) Hãy lập công thức tính $h(m)$ theo thời gian t (phút) tính từ

khí gầu bắt đầu quay từ vị trí M. (Quy ước nếu $h > 0$ thì gầu múc ở trên mặt nước, nếu $h < 0$ thì gầu múc ở dưới mặt nước).

b) Tính các thời điểm gầu đạt độ cao lớn nhất so với mặt nước.

Bài 5 (3.0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD, ABCD là hình thang có đáy là AD và BC, $AD = 2BC$. Gọi E là trung điểm SA, M là trọng tâm ΔSAD , G là giao điểm của AC và BD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD).

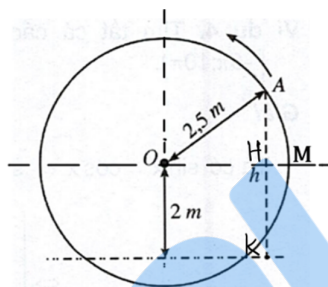
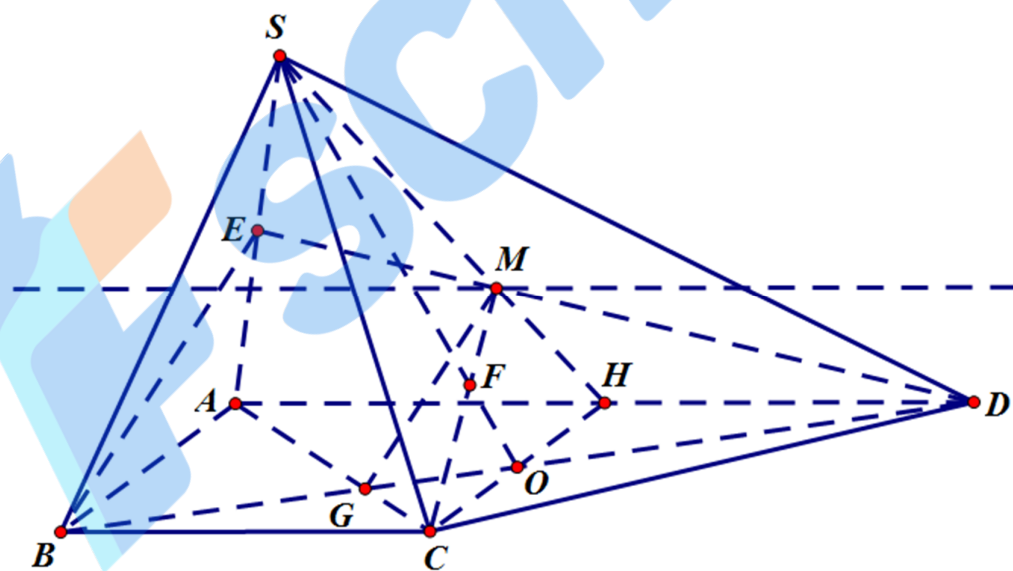
b) Tìm F là giao điểm của MC và mặt phẳng (SBD).

c) Chứng minh MG song song với BE

Hết

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Bài	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	A	$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169}$	
		$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{13} \vee \cos \alpha = -\frac{5}{13}$	0.25
		Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha < 0$. Vậy $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$	0.25
		$\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{12}{13}\right) = \frac{12\sqrt{3} - 5}{26}$	0.5
		$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \left(-\frac{5}{13}\right) \left(\frac{12}{13}\right) = -\frac{120}{169}$	0.5
	b	Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} \neq k\pi \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.	0.5
		Tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.	0.5
	c	$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3}$	0.5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$.	0.5
2	a	$(OA, OM) = 135^\circ + k \cdot 360^\circ \ (k \in \mathbb{Z})$	0,5đ
		$(OA, ON) = -120^\circ + k \cdot 360^\circ$	0,5đ
	b	Trong 1h kim phút quay được 1 vòng = $2\pi \cdot 11\text{cm} = 22\pi \text{ (cm)}$,	0.25đ
		kim giờ quay được $\frac{1}{12}$ vòng = $\frac{1}{12} \cdot 2\pi \cdot 6 = \pi \text{ (cm)}$	0.25đ
		Vậy hiệu quãng đường là $22\pi - \pi = 21\pi \approx 65,97 \text{ cm}$	
3	A	$P = \cos(x) - \cos(x) + \cot(x) \tan(x)$	0.25
		$P = 1$	0.25

	b	$VT = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin^3 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ $= (1 + \cot^2 \alpha) + \cot \alpha (1 + \cot^2 \alpha)$ $= (1 + \cot \alpha)(1 + \cot^2 \alpha)$ $VP = \frac{(1 - \cot \alpha)(1 + \cot \alpha)(1 + \cot^2 \alpha)}{1 - \cot \alpha} = (1 + \cot \alpha)(1 + \cot^2 \alpha)$	0.25
			0.25
4	a	Góc mà OA quay được trong t (phút) là : $\alpha = (\overline{OM}, \overline{OA}) = 2\pi t (\text{rad})$ Ta có $h = \overline{KA} = \overline{KH} + \overline{HA} = 2 + 2,5 \sin(2\pi t) (\text{mét})$	0.25
			0.25
	b	Ta có $\sin(2\pi t) \leq 1 \Rightarrow h \leq 2 + 2,5 = 4,5 (m)$ Dấu “=” khi $\sin(2\pi t) = 1 \Leftrightarrow 2\pi t = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow t = \frac{1}{4} + k \quad (k \in \mathbb{Z})$ Điều kiện $t > 0 \Rightarrow k \geq 0$. Vậy các thời điểm cần tìm là $\frac{1}{4} + k (\text{phút}), k = 0, 1, 2, 3, \dots \text{ hay } \frac{1}{4} (\text{phút}), \frac{5}{4} (\text{phút}), \frac{9}{4} (\text{phút}), \dots$	0.25
			0.25
5			
	a	Xét mp(MBC) và (SAD) có : M là điểm chung, $BC \parallel AD$, $BC \subset (MBC)$, $AD \subset (SAD)$ Nên giao tuyến của (MBC) và (SAD) là đường thẳng Mx song song với BC và AD.	0.5
	b	Gọi H là trung điểm của AD. Ta có $MC \subset (SCH)$	0.5
			0.25

	Gọi O là giao điểm của CH và BD trong (ABCD) Ta có $(SCH) \cap (SBD) = SO$ Trong (SCH), SO cắt MC tại F Suy ra F là giao điểm của MC và (SBD)	0.25 0.25 0.25
c	Do DE là trung tuyến ΔSAD và M là trọng tâm ΔSAD nên ta có tỉ số : $\frac{DM}{DE} = \frac{2}{3}$ Do $BC \parallel AD$ nên ΔGBC và ΔGAD đồng dạng (góc – góc) Suy ra $\frac{DG}{GB} = \frac{AD}{BC} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{DG}{DB} = \frac{2}{3}$ Suy ra $\frac{DM}{DE} = \frac{DG}{DB} \Rightarrow MG \parallel BE$	0.25 0.25 0.25

