

Bài 1. (4,0 điểm)

1. Tính bằng cách hợp lí: $A = \left(-\frac{2}{3} + \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{5} + \left(-\frac{1}{3} + \frac{11}{7}\right) : \frac{4}{5}$
2. Cho $B = \frac{1}{11} + \frac{1}{11^2} + \frac{1}{11^3} + \dots + \frac{1}{11^{99}} + \frac{1}{11^{100}}$. So sánh B với $\frac{1}{10}$

Bài 2. (3,0 điểm)

1. Tìm x biết $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = \sqrt{x} + (x - 2y + 1)^2 + 10$ với $x \geq 0$

Bài 3. (3,0 điểm)

1. Cho biểu thức $D = x^2y - 2y^3 + 1$. Tính giá trị của biểu thức D biết $x = \frac{1}{2}$ và $y = 2$
2. Trong kì khảo sát năng lực học sinh môn toán của huyện A, ba khối 6, 7, 8 có tất cả 458 học sinh đăng kí tham gia. Khi khảo sát, khối 6 giảm đi 5 học sinh, khối 7 giữ nguyên, khối 8 giảm đi 3 học sinh nên số học sinh tham gia khảo sát của khối 6, 7, 8 lần lượt tỉ lệ với 6; 5; 4. Tính số học sinh mỗi khối đăng kí tham gia khảo sát.

Bài 4. (3,0 điểm)

1. Tìm các số x, y, z thỏa mãn $\frac{xy+1}{10} = \frac{yz+2}{27} = \frac{zx+3}{19}$ và $xy + yz + zx = 50$
2. Cho biểu thức $E = \frac{a-5}{a-2}$ với a là số nguyên. Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của E.

Bài 5. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = AC$. Tia phân giác của góc B cắt cạnh AC tại D. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $AE = AD$. Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với BD tại K và cắt cạnh BC ở H. Từ E kẻ đường thẳng vuông góc với BD tại I và cắt cạnh BC ở G. Đường thẳng EG cắt đường thẳng AC tại Q.

1. Chứng minh $\widehat{AEQ} = \widehat{ADB}$ và $\triangle ABD = \triangle AQE$.
2. Chứng minh A là trung điểm của QC và tam giác QBC vuông cân.
3. Chứng minh DH vuông góc với BC.
4. Chứng minh $GB = GD$.

Bài 6. (1,0 điểm)

Tìm giá trị nguyên của x và y thỏa mãn $|x-2022| + |x-2023| + 3(x-y)^2 = 2(x-y)^2 + 1$