

Câu 1 (2,0 điểm).

- 1) Rút gọn biểu thức $A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 - 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}}$
- 2) Thực hiện phép tính $B = \frac{5}{4 \cdot 9} + \frac{5}{9 \cdot 14} + \frac{5}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{5}{44 \cdot 49}$

Câu 2 (2,0 điểm).

- 1) Cho các số $a, b, c, d \neq 0$ thỏa mãn $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng tỏ rằng $\frac{ac}{bd} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$
- 2) Tìm x , biết $|x+1| + |x+2| + |x+3| = 4x$

Câu 3 (2,0 điểm).

- 1) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $xy - 3x + 2y = 11$.
- 2) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng $(p-1)(p+1)$ chia hết cho 24.

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho $\triangle ABC$ có góc A nhọn, $AB = AC$. Gọi M là trung điểm của BC . Qua A vẽ đường thẳng xy song song với BC .

- 1) Chứng minh $AM \perp xy$.
- 2) So sánh các cạnh của $\triangle AMB$.
- 3) Gọi O là điểm nằm trong $\triangle AMC$. Chứng minh $OA + OC < MA + MC$

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho x, y, z không âm thỏa mãn $x + 3z = 2022$ và $x + 2y = 2023$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + y + z$.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:
Họ, tên chữ ký GT1:

Số báo danh:
Họ, tên chữ ký GT2:

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 2,0đ	1) $A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 - 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}} = \frac{2^{19} \cdot 3^9 - 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8}{3^9 \cdot 2^9 \cdot 2^{10} + 2^{20} \cdot 3^{10}}$	0,25
	$= \frac{2^{19} \cdot 3^9 - 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^9}{3^9 \cdot 2^{19} + 2^{20} \cdot 3^{10}}$	0,25
	$= \frac{2 - 5}{2 + 4 \cdot 3}$	0,25
	$= \frac{-3}{14}$	0,25
	2) $B = \frac{5}{4 \cdot 9} + \frac{5}{9 \cdot 14} + \frac{5}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{5}{44 \cdot 49}$	0,25
Câu 2 2,0đ	$= \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49}$	0,25
	$= \frac{1}{4} - \frac{1}{49}$	0,25
	$= \frac{49 - 4}{4 \cdot 49}$	0,25
	$= \frac{45}{196}$	0,25
	1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{ac}{bd}$, tương tự ta có $\frac{c^2}{d^2} = \frac{ac}{bd}$	0,25
Câu 2 2,0đ	$\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{ac}{bd}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{ac}{bd} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$	0,25
	Vậy $\frac{ac}{bd} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$	0,25
	2) $ x+1 + x+2 + x+3 = 4x$ (1)	0,25
	Vì $ x+1 + x+2 + x+3 \geq 0 \Rightarrow 4x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$ nên $ x+1 = x+1$ $ x+2 = x+2$ $ x+3 = x+3$	0,25
Câu 3	Do đó từ (1) ta có: $x + 1 + x + 2 + x + 3 = 4x$	0,25
	Tìm được $x = 6$ (T/M)	0,25
Câu 3	1) $xy - 3x + 2y = 11$	

2,0đ	$\Rightarrow x.(y-3)+2.(y-3)+6=11$	0,25																				
	$\Rightarrow (x+2).(y-3)=5$	0,25																				
	<table><tr><td>x+2</td><td>- 5</td><td>- 1</td><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td>x</td><td>- 7</td><td>- 3</td><td>-1</td><td>3</td></tr><tr><td>y-3</td><td>- 1</td><td>- 5</td><td>5</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>- 2</td><td>8</td><td>4</td></tr></table>	x+2	- 5	- 1	1	5	x	- 7	- 3	-1	3	y-3	- 1	- 5	5	1	y	2	- 2	8	4	0,25
	x+2	- 5	- 1	1	5																	
	x	- 7	- 3	-1	3																	
y-3	- 1	- 5	5	1																		
y	2	- 2	8	4																		
Vậy cặp (x,y) là (-7;2); (-3;-2); (-1;8); (3;4)	0,25																					
2) Ta chứng minh $(p-1)(p+1):24$ Vì p là số nguyên tố lớn hơn 5 nên $p \nmid 3$ và $p \nmid 2$ Có $p \nmid 2$ nên p-1 và p+1 là hai số chẵn liên tiếp $\rightarrow (p-1).(p+1):8 \quad (1)$ Mặt khác: $p \nmid 3 \rightarrow p$ có thể có 1 trong 2 dạng là $p=3k+1$ hoặc $p=3k+2 \ (k \in \mathbb{N}^*)$ Nếu $p=3k+1 \rightarrow p-1:3 \rightarrow (p-1)(p+1):3$ Nếu $p=3k+2 \rightarrow p+1:3 \rightarrow (p-1)(p+1):3$ $\Rightarrow (p-1)(p+1):3 \quad (2)$ Mà $24=3.8$ và $ƯCLN(8,3)=1 \quad (3)$ Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow (p-1)(p+1):24$ (đpcm)	0,25 																					

	3) Gọi I là giao điểm của AO và MC Xét $\triangle AIC$ có : $AI < AM + MI$ (BĐT trong tam giác) Xét $\triangle OIC$ có : $OC < OI + IC$ (BĐT trong tam giác) Suy ra: $AI + OC < AM + MI + OI + IC$ $\Rightarrow AO + OI + OC < AM + MC + OI$ $\Rightarrow AO + OC < AM + MC$ (đpcm)	0,25 0,25 0,25
Câu 5 1,0đ	Ta có: $x + 3z + x + 2y = 2022 + 2023$ $\Leftrightarrow 2(x + y + z) + z = 4045$ Vì $z \geq 0 \Rightarrow 2(x + y + z) \leq 4045$ Suy ra $P \leq \frac{4045}{2}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow z = 0; x = 2022; y = \frac{1}{2}$.	0,25 0,25 0,25 0,25

Ghi chú: Học sinh làm cách khác, lập luận đúng vẫn cho điểm tối đa