

Ngày thi: 12 tháng 4 năm 2022

Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi gồm 02 trang)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (5điểm): Chọn 01 đáp án đúng nhất cho mỗi câu hỏi.

1. Kết quả của phép tính $\sqrt{1+\frac{7}{9}} + \sqrt{1-\frac{24}{25}}$ là:
A. 0 B. 2 C. $\frac{23}{15}$ D. $\frac{409}{225}$
2. Tổng các giá trị của x thỏa mãn $(x+2)(x^2+1)(x^2-4)=0$ là:
A. 0 B. 2 C. -2 D. 4
3. Một tam giác cân có số đo góc ở đáy bằng 50 độ thì số đo góc ở đỉnh là:
A. 80^0 B. 50^0 C. 100^0 D. 130^0
4. Tính giá trị biểu thức $B = 5x^2 - 2x - 18$ tại $|x| = 4$ là
A. 54 B. 70 C. 45 hoặc 70 D. 54 hoặc 70
5. Thu gọn biểu thức sau $-12u^2(uv)^2 - (-11u^4) \cdot (2v)^2$ ta được đơn thức có phần hệ số là:
A. -32 B. -56 C. 10 D. 32
6. Cho ΔABC có cạnh $AB = 1\text{cm}$ và cạnh $BC = 4\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AC biết độ dài cạnh AC là một số nguyên.
A. 1cm B. 2cm C. 3cm D. 4cm
7. Đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ là $-\frac{1}{2}$ thì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ là:
A. 2 B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
8. Cho biết 20 công nhân làm xong một đoạn đường hết 60 ngày. Hỏi 15 công nhân làm đoạn đường đó thì hết bao nhiêu ngày? (Giả sử năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau)
A. 45 B. 80 C. 90 D. 100
9. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn: $x + y + xy = 2$
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
10. Cho các số x, y, z biết $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và $2x + 3y - z = 50$. Khi đó $x + y + z$ có giá trị là:
A. 52 B. 51 C. 53 D. 54

PHẦN II. TỰ LUẬN (15 điểm)

Câu 1. (5 điểm)

1. Cho biểu thức: $A = \frac{6x-8}{2x-3}$ với $x \neq \frac{3}{2}$

a. Tính giá trị của biểu thức A biết $\left|x + \frac{1}{3}\right| - 2 = -1$

b. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

2. Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ biết: $36 - y^2 = 8(x - 2023)^2$

Câu 2. (4 điểm)

1. Cho các số có hai chữ số $\overline{ab}; \overline{bc}$ thỏa mãn $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{b}{c} (c \neq 0)$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$$

2. Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3, biết $p+2$ cũng là số nguyên tố. Chứng minh rằng $p+1$ chia hết cho 6

Câu 3. (5 điểm)

Cho ΔABC vuông tại A, M là trung điểm của BC, trên tia đối của tia MA, lấy điểm D sao cho $AM = MD$

1) Chứng minh: $AB \parallel CD$ và $AM = \frac{1}{2}BC$

2) Gọi I và K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ B và C xuống AD, N là chân đường vuông góc hạ từ M xuống AC.

a) Chứng minh: $IM = MK$

b) Chứng minh: $KN < MC$

b) ΔABC thỏa mãn điều kiện gì để $AI = IM = MK = KD$?

Câu 4. (1 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên dương n để: $A = 2^n + 3^n + 4^n$ là một số chính phương.

- Hết -

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm. Học sinh không sử dụng tài liệu.

Họ và tên: Số báo danh:

Học sinh Trường THCS:

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 7

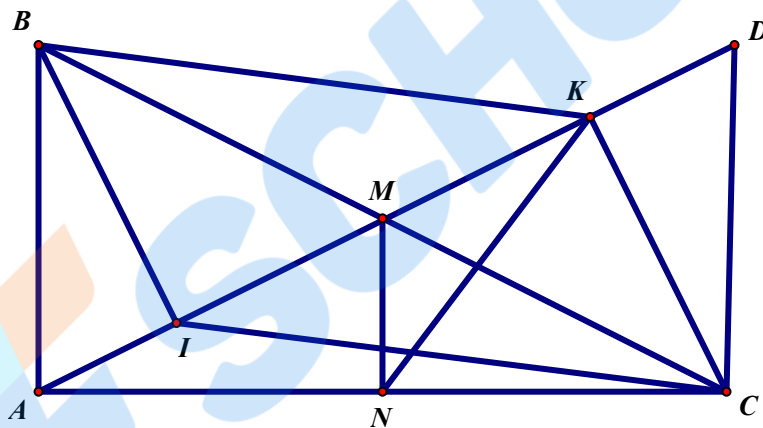
PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (5đ)

Mỗi câu trả lời đúng x 0,5đ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	A	A	D	D	D	B	B	C	B

PHẦN II. TỰ LUẬN (15đ)

Câu	Nội dung	Điểm	
1.1a	$\left x + \frac{1}{3}\right - 2 = -1 \Rightarrow \left x + \frac{1}{3}\right = 1$	0,5	2
	$\Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ hoặc } x = -\frac{4}{3}$	0,5	
	Với $x = \frac{2}{3}$ thỏa mãn điều kiện $x \neq \frac{3}{2}$ thay vào biểu thức A tính được $A = 12/5$	0,5	
	Với $x = -\frac{4}{3}$ thỏa mãn điều kiện $x \neq \frac{3}{2}$ thay vào biểu thức A tính được $A = 48/17$	0,5	
1.1b	$A = \frac{6x-8}{2x-3} = \frac{3(2x-3)+1}{2x-3} = 3 + \frac{1}{2x-3}$	0,5	1
	A lớn nhất khi $\frac{1}{2x-3}$ lớn nhất $\frac{1}{2x-3}$ lớn nhất khi $(2x-3)$ là số nguyên dương nhỏ nhất Vậy $2x-3 = 1 \Rightarrow x = 2$ Thay $x=2$ vào biểu thức $A = 4$	0,5	
1.2	$36 - y^2 = 8(x - 2023)^2 \Rightarrow y^2 + 8.(x - 2023)^2 = 36$	0,5	2
	$\begin{cases} (x-2023)^2 = 1 \\ \Rightarrow (x-2023)^2 = 0 \\ (x-2023)^2 = 4 \end{cases}$	0,5	
	Với $(x-2023)^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 28(ktm)$		
	Với $(x-2023)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2025 \\ y = 2021 \end{cases} \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = 2$	0,5	
	Với $(x-2023)^2 = 0 \Rightarrow x = 2023 \Rightarrow y^2 = 36 \Rightarrow y = 6$	0,5	
	Vậy $(x; y) \in \{(2025; 2); (2021; 2); (2023; 6)\}$		
2.1	Với các số có hai chữ số $\overline{ab}; \overline{bc}$ thỏa mãn $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{b}{c} (c \neq 0)$. Ta có:		

	$\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{10a+b}{10b+c} \Rightarrow \frac{10a+b}{10b+c} = \frac{b}{c}.$ Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau được: $\frac{10a+b}{10b+c} = \frac{b}{c} = \frac{10a+b-b}{10b+c-c} = \frac{10a}{10b} = \frac{a}{b}.$ Từ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = \frac{a}{c}.$ Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau được: $\frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2} = \frac{a}{c} = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$	0,5	
		0,5	
		0,5	
		0,5	
2.2	Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p lẻ, do đó p + 1 chẵn $\Rightarrow (p + 1)$ chia hết cho 2 (1) Cũng do p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p = 3k + 1 hoặc p = 3k + 2 (k thuộc N) Nếu p = 3k + 1 thì p + 2 = 3k + 3 = 3(k + 1) chia hết cho 3 $\Rightarrow p + 2$ không là số nguyên tố nên p = 3k + 1 không xảy ra. Do đó p = 3k + 2 $\Rightarrow p + 1 = 3k + 3 = 3(k + 1)$ chia hết cho 3 (2). Vì (2;3) = 1 nên từ (1) và (2) ta có (p + 1) chia hết cho 6	0,5	
		0,5	
		0,5	
		0,5	
3	 1. Chứng minh $\triangle AMB = \triangle DMC$ (c-g-c) suy ra góc MAB = góc MDC mà 2 góc ở vị trí so le trong nên AB//CD Do $AB \perp AC$, AB//CD nên $AC \perp CD$, từ đó $\triangle ABC = \triangle CDA$ (c-g-c) suy ra AD = BC nên $AM = \frac{1}{2}BC$ 2.a) Chứng minh $\triangle IBM = \triangle KCN \Rightarrow IM = MK$ b, Chỉ ra được $AM = MC \Rightarrow \triangle AMC$ cân tại M $\Rightarrow MN$ là đường cao, trung tuyến của $\triangle AMC$ Nên N là trung điểm của AC $\triangle AKC$ vuông tại K, có KN là đường trung tuyến	1	
		1	
		1	
		0,5	

	$\Rightarrow KN = \frac{1}{2} AC$ Xét tam giác vuông MNC có $NC < MC$ nên $NK < MC$ c, Theo câu a, $IM = MK$ mà $AM = MD$ (gt) $\Rightarrow AI = KD$, vậy để $AI = IM = MK = KD$ thì cần $AI = IM$ Mặt khác $BI \perp AM \Rightarrow$ Khi đó BI là đường trung tuyến, là đường cao $\triangle ABM \Rightarrow \triangle ABM$ cân tại B (1) Mà $\triangle ABC$ vuông tại A, trung tuyến AM nên $\triangle ABM$ cân tại M (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle ABM$ là tam giác đều $\Rightarrow \widehat{ABM} = 60^\circ$ Vậy $\triangle ABC$ cần điều kiện $\widehat{ABM} = 60^\circ$	0,5	
4	Ta xét các trường hợp sau: TH1: Nếu $n = 1$ thì $B = 9$ thỏa mãn TH2: xét $n > 1$ thì $2n > 2$ nên $2n + 4n$ chia hết cho 4. Mà $3n$ thì chia cho 4 có số dư là 1 hay (-1) tương ứng với n chẵn hoặc lẻ. Mà một số chính phương chia cho 4 thì dư 0 hoặc 1 Do $(3,4) = 1$ nên để A là số chính phương thì $3n$ phải chia 4 dư 1 Nên n là số chẵn. Với n là số chẵn thì $n = 2k$ (k là số nguyên dương) Khi đó: $2n = 2 \cdot 2k = 4k$ sẽ chia cho 3 dư 1 Lại có $3n$ chia hết cho 3 Nên: $A = 2n + 3n + 4n$ chia cho 4 dư 2 (Vô lí) Vì A là số chính phương thì chia cho 3 phải dư 0 hoặc 1 Vậy $n = 1$ Thì A là số chính phương	0,25 0,25 0,25	1

(Học sinh có cách giải khác, đúng vẫn cho điểm tối đa).