

(1)

Date: _____ / Note: _____

TITLE:

I. Trắc nghiệm

Câu 1. A

Câu 2. B

Câu 3. A

Câu 4. D

Câu 5. C

Câu 6. A

Câu 7. B

Câu 8. C.

II. Típ luận

[Câu 1]

$$\begin{aligned}
 a) & \sqrt{27} - 2\sqrt{12} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = -1 \\
 & = \sqrt{3 \cdot 9} - 2\sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{(1\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1} \\
 & = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} \\
 & = -\sqrt{3} + (\sqrt{3} - 1) \\
 & = -1
 \end{aligned}$$

Vậy đẳng thức được chứng minh

$$\begin{aligned}
 b) A &= \left(\frac{9 - \sqrt{x}}{x - 9} + \frac{2}{\sqrt{x} + 3} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} \quad (\text{với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 9) \\
 &= \frac{9 - \sqrt{x} + 2(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} : \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 1} \\
 &= \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 1)} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{x} + 1}
 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}.$$

Câu 2

a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị
hàm $y = x^2$

$$x^2 = -2x + 3$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\text{Gi}: a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$$

phương trình có 2 nghiệm: $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a} = -3$

$$\text{+) Vb: } x = 1 \Rightarrow y = 1$$

$$\text{f) với } x = -3 \Rightarrow y = 9$$

Vậy ta có điểm giao của 2 đồ thị hàm $y = x^2$ là $(1; 1)$ và $(-3; 9)$.

b) $x^2 - 2(m+1)x + 6m - 4 = 0 \quad (1)$

$$\Delta' = (m+1)^2 - (6m-4) = m^2 + 2m + 1 - 6m + 4$$

$$= m^2 - 4m + 5$$

$$= (m^2 - 4m + 4) + 1 = (m-2)^2 + 1 \geq 0 \forall m$$

\Rightarrow (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với $\forall m$.

Theo Vc-kt:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = 6m - 4 \end{cases}$$

$$x_1^2 - x_2^2 = 3x_1 x_2 (x_2 - x_1)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) + 3(x_1 x_2)(x_1 - x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 3x_1 x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_1 x_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\quad \quad \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{2(m+1)}{2} = m+1$$

(3)

Date: _____ / No: _____

TITLE: _____

Thay vào $x_1, x_2 = 6m - 4$ được

$$(m+1)^2 = 6m - 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - 6m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 5 = 0 \quad (\text{vô nghiệm})$$

$$(2) \Leftrightarrow 2(m+1) + 3(6m-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m + 2 + 18m - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 20m = 10$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

Vậy $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 3

$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

(1) $\partial x \neq 0$: $\begin{cases} x \neq 4 \\ y \neq 0 \end{cases}$

(2)

$$(1) \Rightarrow x = 4 - 3y, \text{ thế vào (2) được.}$$

$$\frac{1}{4-3y-4} + \frac{1}{y} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{-3y} + \frac{1}{y} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3y} = 1$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{2}{3} \quad (\text{f/m})$$

$$\Rightarrow x = 4 - 3 \cdot \frac{2}{3} = 2. \quad (\text{f/m})$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất: $(x, y) = (2, \frac{2}{3})$

L:

Câu 4

mảnh đất của

1) Diện tích 1/4 hình tròn tâm O là:

$$\frac{1}{2}(\pi \cdot AO^2) = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{AD}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\pi \cdot 2,5^2 = \frac{25}{8}\pi (m^2)$$

Diện tích mảnh đất hình thang là:

$$\frac{1}{2} \cdot AD \cdot (AB + DC) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (3+7) = 25 (m^2)$$

Diện tích phần đất trống có là:

$$25 - \frac{25}{8}\pi \approx 15,19 (m^2) \quad (\text{lấy } \pi \approx 3,19)$$

5

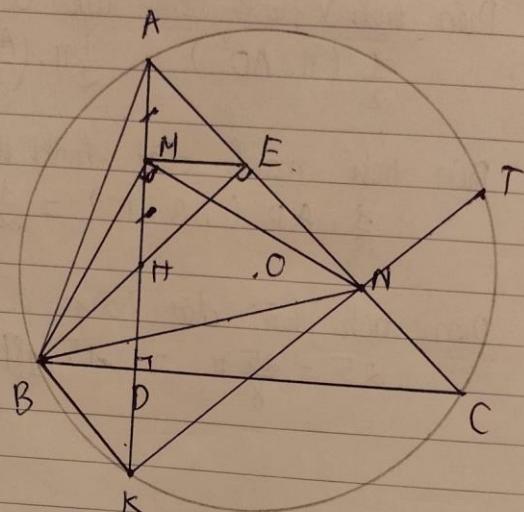
Date: _____

/ No: _____

TITLE: _____

Câu 4.

2. a)



a)

$$BE \perp AC \Rightarrow \widehat{BEN} = 90^\circ$$

$$BM \perp MN \Rightarrow \widehat{BMN} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BEN} = \widehat{BMN} = 90^\circ$$

\Rightarrow Từ đó \widehat{BMEN} là 180°

\Rightarrow 4 điểm B, M, E, N cùng thuộc 1 đường tròn.

ME là trung trực $\triangle AEH$

$$\Rightarrow ME = \frac{1}{2} AH = AM$$

$\Rightarrow \triangle AME$ cân tại M

$$\Rightarrow \widehat{MAE} = \widehat{AEM}$$

Lại có: $\widehat{MBN} = \widehat{AEM}$ (cùng bù \widehat{MEN})

$$\Rightarrow \widehat{MAE} = \widehat{MBN}$$

hay $\widehat{KAC} = \widehat{MBN}$.

ITLE:

b) $\widehat{BHD} = \widehat{HBD} = \widehat{KAC}$ (cung phụ \widehat{ACB}).
 $\widehat{KBD} = \widehat{KAC}$ (cung chung cung \widehat{AC}).

$\Rightarrow \widehat{HBD} = \widehat{KBD}$

lại có cạnh BD chung

$\Rightarrow \triangle BHD = \triangle BKD$ (cạnh góc mông - góc nhọn).

$\Rightarrow \widehat{BHD} = \widehat{BKD}$.

$\Rightarrow \triangle BHK$ cân tại B .

Ta có: $\widehat{BKD} = \widehat{BHD}$ (cmt).

$\widehat{BHD} = \widehat{MHE}$ (đối đỉnh)

$\widehat{MHE} = \widehat{MEH}$ ($\triangle MEF$ cân tại M)

$\widehat{MEN} = \widehat{MNB}$ (cung chung cung \widehat{MB})

$\Rightarrow \widehat{BKD} = \widehat{MNB}$

hay $\widehat{BKM} = \widehat{MNB}$

\Rightarrow hổng $MNKB$ nối tiếp

\Rightarrow ~~đpcm~~ $\widehat{BKM} + \widehat{BKN} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BKN} = 180^\circ - \widehat{BKM} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

\Rightarrow hay $\widehat{BKT} = 90^\circ$

\Rightarrow \widehat{BKT} là góc nối tiếp chia nửa đường弧

\Rightarrow B là đường kính

\Rightarrow 3 điểm B, O, T thẳng hàng.

(7)

Date: _____ / No: _____

TITLE:

Câu 5

a)

$$x^2 + 4x = 2\sqrt{1+3x} + \sqrt{2x-1} \quad (1)$$

ĐKXĐ: $\begin{cases} 1+3x \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + 6x - 1 - 2\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x-1} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (4x - 2\sqrt{1+3x}) + 2x-1 - \sqrt{2x-1} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + 2(2x - \sqrt{1+3x}) + \sqrt{2x-1}(\sqrt{2x-1} - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + 2 \cdot \frac{4x^2 - \cancel{4x} - 1}{2x + \sqrt{1+3x}} + \sqrt{2x-1} \cdot \frac{2x-2}{\sqrt{2x-1}} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + \frac{2(x-1)(4x+1)}{2x + \sqrt{1+3x}} + \frac{2\sqrt{2x-1}(x-1)}{\sqrt{2x-1} + 1} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1) \left(x-1 + \frac{2(4x+1)}{2x + \sqrt{1+3x}} \right) + \frac{2\sqrt{2x-1}}{\sqrt{2x-1} + 1} = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 1 \end{aligned}$$

Tacô: $x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{1+3x} > 1$
 $\Rightarrow \sqrt{1+3x} < 1+3x$
 $\Rightarrow \frac{2(4x+1)}{2x + \sqrt{1+3x}} > \frac{2(4x+1)}{1+3x} = \frac{8x+2}{1+3x} = 1 + \frac{3x+1}{8x+1}$

$$\Rightarrow \frac{2(4x+1)}{2x + \sqrt{1+3x}} - 1 > 0$$

$$\Rightarrow x + \frac{2(4x+1)}{2x + \sqrt{1+3x}} - 1 + \frac{2\sqrt{2x-1}}{\sqrt{2x-1} + 1} > 0 \quad \forall x \geq \frac{1}{2}$$

Do đó (1) $\Leftrightarrow x-1=0$

$\Leftrightarrow x=1$

Vậy phương trình có nghiệm $x=1$.

TITLE:

$$x+y+z = 1 \Rightarrow x = 1-y-z$$

$$\begin{aligned} b) \quad x+y+z &= (1-y-z) + yz \\ &= 1-y-z(1-y) \\ &= (1-y)(1-z) \end{aligned}$$

Tương tự:

$$y+zx = (1-x)(1-z)$$

$$z+xy = (1-x)(1-y)$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{(1-y)(1-z)}{y+z} + \frac{(1-x)(1-z)}{x+z} + \frac{(1-x)(1-y)}{x+y} \\ &= \frac{(1-y)(1-z)}{1-x} + \frac{(1-x)(1-z)}{1-y} + \frac{(1-x)(1-y)}{1-z} \end{aligned}$$

Đặt $\begin{cases} 1-x = a \\ 1-y = b \\ 1-z = c \end{cases}$

$$\Rightarrow a+b+c = 3 - (x+y+z) = 2.$$

Vì $\begin{cases} x, y, z \geq 0 \\ x+y+z=1 \end{cases} \Rightarrow x, y, z < 1 \Rightarrow a, b, c > 0$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow P &= \frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{ac}{b} + \frac{bc}{a} \right) \\ &= \frac{1}{2} a \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \right) + \frac{1}{2} b \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{a} \right) + \frac{1}{2} c \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) \end{aligned}$$

Cauchy

$$\geq \frac{1}{2} a \cdot 2 + \frac{1}{2} b \cdot 2 + \frac{1}{2} c \cdot 2.$$

$$= a+b+c = 2.$$

Điều " $=$ " xảy ra khi $a=b=c$

$$\Leftrightarrow 1-x = 1-y = 1-z$$

$$\Leftrightarrow x = y = z.$$

Kết hợp $x+y+z=1 \Rightarrow x=y=z=\frac{1}{3}$

Vậy min $P = 2$ khi $x=y=z=\frac{1}{3}$.