

1

Date:

No:

TITLE:

I. Trắc nghiệm

Câu 1. A

Câu 2. B

Câu 3. A

Câu 4. D

Câu 5. C

Câu 6. A

Câu 7. B

Câu 8. C.

II. Tự luận

Câu 1

$$\begin{aligned} a) \quad & \sqrt{27} - 2\sqrt{12} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{3 \cdot 9} - 2\sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1} \\ &= 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} \\ &= -\sqrt{3} + (\sqrt{3} - 1) \\ &= -1 \end{aligned}$$

Vậy đẳng thức được chứng minh

$$\begin{aligned} b) \quad A &= \left(\frac{9 - \sqrt{x}}{x - 9} + \frac{2}{\sqrt{x} + 3} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} \quad (\text{với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 9) \\ &= \frac{9 - \sqrt{x} + 2(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 1} \\ &= \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 1)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \end{aligned}$$

Vậy $A = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$

TITLE: _____

Câu 2

a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$x^2 = -2x + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Delta': a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$$

phương trình có 2 nghiệm: $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = -3$

1) với $x = 1 \Rightarrow y = 1$

2) với $x = -3 \Rightarrow y = 9$

Vậy ta có độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số là $(1; 1)$ và $(-3; 9)$.

b) $x^2 - 2(m+1)x + 6m - 4 = 0 \quad (1)$

$$\Delta' = (m+1)^2 - (6m-4) = m^2 + 2m + 1 - 6m + 4 = m^2 - 4m + 5$$

$$= (m^2 - 4m + 4) + 1 = (m-2)^2 + 1 > 0 \quad \forall m$$

\Rightarrow (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với $\forall m$.

Theo Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = 6m - 4 \end{cases}$$

$$x_1^2 - x_2^2 = 3x_1x_2(x_2 - x_1)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) + 3(x_1x_2)(x_1 - x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 3x_1x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 0 & (1) \\ x_1 + x_2 + 3x_1x_2 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{2(m+1)}{2} = m+1$$

3

TITLE:

Date:

No:

Thay vào $x_1, x_2 = 6m - 4$ được

$$(m+1)^2 = 6m - 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - 6m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 5 = 0 \quad (\text{vô nghiệm})$$

$$(2) \Leftrightarrow 2(m+1) + 3(6m-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m + 2 + 18m - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 20m = 10$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

Vậy $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 3

$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} (1) & ĐKXĐ: & \begin{cases} x \neq 4 \\ y \neq 0 \end{cases} \\ (2) & \end{matrix}$$

$$(1) \Rightarrow x = 4 - 3y, \text{ thế vào (2) được:}$$

$$\frac{1}{4-3y-4} + \frac{1}{y} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{-3y} + \frac{1}{y} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3y} = 1$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{2}{3} \quad (\text{f/m})$$

$$\Rightarrow x = 4 - 3 \cdot \frac{2}{3} = 2 \quad (\text{f/m})$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất: $(x, y) = (2; \frac{2}{3})$

Câu 4.

mảnh đất nửa

1) Diện tích V hình tròn tâm O là:

$$\frac{1}{2} (\pi \cdot AO^2) = \frac{1}{2} \pi \cdot \left(\frac{AD}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 2,5^2 = \frac{25}{8} \pi (m^2)$$

Diện tích mảnh đất hình thang là:

$$\frac{1}{2} \cdot AD \cdot (AB + DC) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (3 + 7) = 25 (m^2)$$

Diện tích phần đất hình vuông là:

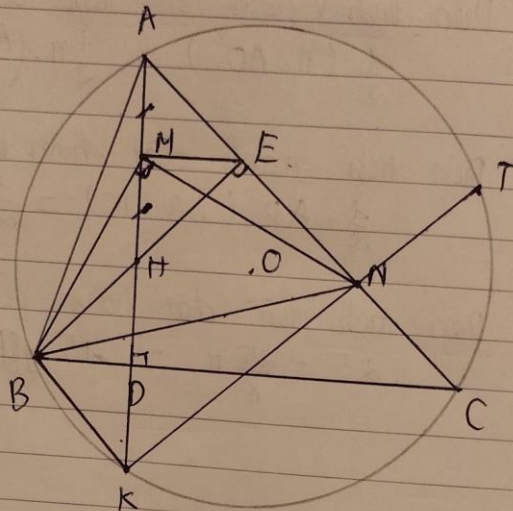
$$25 - \frac{25}{8} \pi \approx 15,19 (m^2) \quad (\text{lấy } \pi \approx 3,14)$$

5

TITLE:

Câu 4

2. a)



a)

$$BE \perp AC \Rightarrow \widehat{BEN} = 90^\circ$$

$$BM \perp MN \Rightarrow \widehat{BMN} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BEN} = \widehat{BMN} = 90^\circ$$

\Rightarrow Tứ giác BMEN nội tiếp

→ 4 điểm B, M, E, N cũng thuộc 1 đường tròn.

ME là trung tuyến Δ vuông AEH
 $\Rightarrow ME = \frac{1}{2} AH = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$

$$\Rightarrow ME = \frac{1}{2} AH = AM$$

$\Rightarrow \triangle AME$ can form

$$\Rightarrow MAE = \sqrt{AEM}$$

lại có: $\widehat{MBN} = \widehat{AEM}$ (cùng bù \widehat{MEN})
 $\Rightarrow \widehat{MAE} = \widehat{MBN}$

⇒ $\widehat{MAE} = \widehat{MBIV}$

hay $KAC = MBM$

TLE:

$$\begin{aligned} b) \quad \widehat{HBD} &= \widehat{HBD} = \widehat{KAC} \quad (\text{cùng phụ } \widehat{ACB}) \\ \widehat{KBD} &= \widehat{KAC} \quad (\text{cùng chắn cùng KC}). \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \widehat{HBD} = \widehat{KBD}$$

lại có cạnh BD chung

$$\Rightarrow \triangle BHD = \triangle BKD \quad (\text{cạnh góc vuông - góc nhọn}).$$

$$\Rightarrow \widehat{BHD} = \widehat{BKD}$$

$$\Rightarrow \triangle BHK \text{ cân tại B.}$$

$$\text{Ta có: } \widehat{BKD} = \widehat{BHD} \quad (\text{cmt})$$

$$\widehat{BHD} = \widehat{MHE} \quad (\text{đối đỉnh})$$

$$\widehat{MHE} = \widehat{MEH} \quad (\triangle MEH \text{ cân tại M})$$

$$\widehat{MEN} = \widehat{MNB} \quad (\text{cùng chắn cùng MB})$$

$$\Rightarrow \widehat{BKD} = \widehat{MNB}$$

$$\text{hay } \widehat{BKM} = \widehat{MNB}$$

\Rightarrow hệ góc MNKB nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{BMN} + \widehat{BKN} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BKN} = 180^\circ - \widehat{BMN} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \text{hay } \widehat{BKT} = 90^\circ$$

$\Rightarrow \widehat{BKT}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

$\Rightarrow BT$ là đường kính

\Rightarrow 3 điểm B, O, T thẳng hàng.

(7)

Date: / No:

TITLE:

Câu 5

a)

$$x^2 + 4x = 2\sqrt{1+3x} + \sqrt{2x-1} \quad (1)$$

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} 1+3x \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + 6x - 1 - 2\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x-1} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (4x - 2\sqrt{1+3x}) + 2x - 1 - \sqrt{2x-1} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + 2(2x - \sqrt{1+3x}) + \sqrt{2x-1}(\sqrt{2x-1} - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + 2 \cdot \frac{4x^2 - \sqrt{1+3x} \cdot 2x - 1}{2x + \sqrt{1+3x}} + \sqrt{2x-1} \cdot \frac{2x-2}{\sqrt{2x-1}+1} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + \frac{2(x-1)(4x+1)}{2x + \sqrt{1+3x}} + \frac{2\sqrt{2x-1}(x-1)}{\sqrt{2x-1}+1} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1) \left(x-1 + \frac{2(4x+1)}{2x + \sqrt{1+3x}} + \frac{\sqrt{2x-1}+1}{\sqrt{2x-1}+1} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$\text{Tácó: } x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{1+3x} > 1 \\ \Rightarrow \sqrt{1+3x} < 1+3x$$

$$\Rightarrow \frac{2(4x+1)}{2x + \sqrt{1+3x}} > \frac{2(4x+1)}{1+5x} = \frac{8x+2}{1+5x} = 1 + \frac{3x+1}{5x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{2(4x+1)}{2x + \sqrt{1+3x}} - 1 > 0 \quad > 1$$

$$\Rightarrow x + \frac{2(4x+1)}{2x + \sqrt{1+3x}} - 1 + \frac{2\sqrt{2x-1}}{\sqrt{2x-1}+1} > 0 \quad \forall x \geq \frac{1}{2}$$

$$\text{Do đó (1) } \Leftrightarrow x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$.

TITLE:

$$x+y+z=1 \Rightarrow x=1-y-z$$

$$b) \quad x+yz = (1-y-z) + yz$$

$$= 1-y-z(1-y)$$

$$= (1-y)(1-z)$$

Tương tự:

$$y+zx = (1-x)(1-z)$$

$$z+xy = (1-x)(1-y)$$

$$P = \frac{(1-y)(1-z)}{y+z} + \frac{(1-x)(1-z)}{x+z} + \frac{(1-x)(1-y)}{x+y}$$

$$= \frac{(1-y)(1-z)}{1-x} + \frac{(1-x)(1-z)}{1-y} + \frac{(1-x)(1-y)}{1-z}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} 1-x=a \\ 1-y=b \\ 1-z=c \end{cases} \Rightarrow a+b+c = 3 - (x+y+z) = 2$$

$$\forall i \begin{cases} x, y, z \geq 0 \\ x+y+z=1 \end{cases} \Rightarrow x, y, z \leq 1 \Rightarrow a, b, c > 0$$

$$\Rightarrow P = \frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{ac}{b} + \frac{bc}{a} \right)$$

$$= \frac{1}{2} a \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \right) + \frac{1}{2} b \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{a} \right) + \frac{1}{2} c \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)$$

$$\stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} \frac{1}{2} a \cdot 2 + \frac{1}{2} b \cdot 2 + \frac{1}{2} c \cdot 2$$

$$= a+b+c = 2$$

Đau "=" xảy ra khi $a=b=c$

$$\Leftrightarrow 1-x=1-y=1-z$$

$$\Leftrightarrow x=y=z$$

$$\text{Kết hợp } x+y+z=1 \Rightarrow x=y=z=\frac{1}{3}$$

Vậy min $P = 2$ khi $x=y=z=\frac{1}{3}$