

I Phần trắc nghiệm.

Câu 1. B

Câu 2. A

Câu 3. D

Câu 4. C

II Phần tự luận

Câu 5
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - 3y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - 9y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = -22 \\ x - 3y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x + 6 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy $S_x = (3; -2)$

Câu 6 Điều kiện: $x > 0, x \neq 1$

a) $A = \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$

$$= \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - (\sqrt{x}-1)$$

$$= \frac{x-\sqrt{x}+1 - (\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{x-\sqrt{x}+1 - x+2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$$

b) $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-1+3}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{3}{\sqrt{x}-1}$

Để A nguyên $\Rightarrow \left(1 + \frac{3}{\sqrt{x}-1}\right) \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3 \vdots (\sqrt{x}-1)$
 hay $(\sqrt{x}-1) \in U(3) = \{\pm 1, \pm 3\}$

$\sqrt{x}-1$	-3	-1	1	3
x	X	0	4	16
		(tm)	(tm)	(tm)

$\Rightarrow x \in \{0; 4; 16\}$

Câu 7.

a) Với $m = 5$, phương trình trở thành.

$$x^2 - (2 \cdot 5 + 1)x + 5^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 8x + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-3) - 8(x-3) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=8 \end{cases}$$

b) để phương trình đã cho có nghiệm x_1, x_2

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow [-(2m+1)]^2 - 4(m^2-1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4m + 5 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{4}$$

Áp dụng hệ thức Viét có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+1 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình

$$\rightarrow x_1^2 - (2m+1)x_1 + m^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 + m^2 - (x_1+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 + m^2 = x_1 + 1$$

$$\Rightarrow (x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2+1) = 4$$

$$\Leftrightarrow (x_1+1)(x_2+1) = 4$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2 + (x_1+x_2) + 1 = 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 1 + 2m + 1 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 3m - m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m+3) - (m+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+3)(m-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \text{ (l)} \\ m = 1 \text{ (h)} \end{cases}$$

Vậy:

Câu 8: Gọi giá cước của hàng taxi trên ở mức 2 và mức 3 lần lượt là x, y (đồng); $x, y > 0$.
Anh A đi 32 km phải trả 479.500 đồng tức là anh A đi 1 km đầu với giá 20.000 đồng; 24 km sau với giá x đồng và $32 - 25 = 7$ km cuối với giá y đồng.

$$\rightarrow \text{ta có phương trình: } 20.000 + 24x + 7y = 479.500$$

$$\Leftrightarrow 24x + 7y = 459.500 \quad (1)$$

Chị B đi 41 km phải trả 592.000 đồng tức là chị B đi 1 km đầu với giá 20.000 đồng; 24 km sau với giá x đồng và $41 - 25 = 16$ km cuối với giá y đồng.

$$\rightarrow \text{ta có phương trình: } 20.000 + 24x + 16y = 592.000$$

$$\Leftrightarrow 24x + 16y = 572.000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có' hpt:

$$\begin{cases} 24x + 7y = 459500 \\ 24x + 16y = 572000 \end{cases}$$

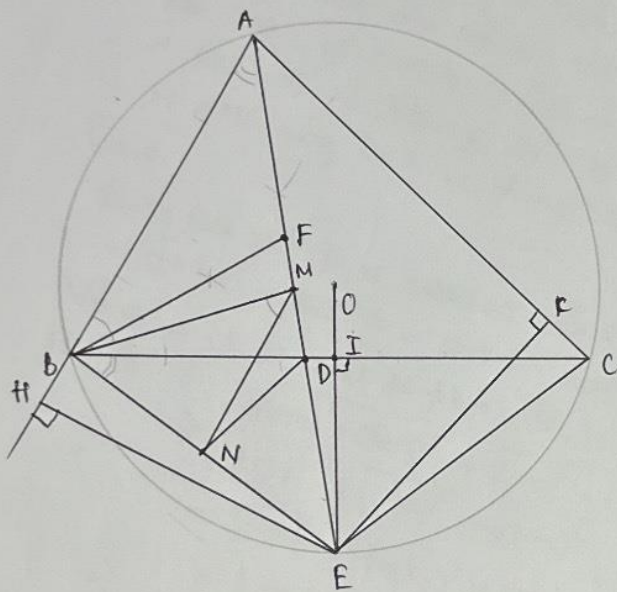
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9y = 112500 \\ 24x + 7y = 459500 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 12500 \\ x = 15500 \text{ (tm)} \end{cases}$$

\Rightarrow Giá tiền cho mức 2 và mức 3 là 15.500 đồng và 12.500 đồng

Nếu khách hàng đi 24km thì hết số tiền là: $20.000 + 23.15.500 = 376.500$ đồng.

Câu 9.



a) Xét tứ giác' $EHAK$ có $\widehat{EHA} + \widehat{EKA} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Nhà hai góc' này ở vị trí đối nhau

\Rightarrow tứ giác' $EHAK$ nội tiếp (dnhb)

b) Chứng minh E thuộc (O)

Vì E thuộc đường phân giác' của \widehat{BAC}

$\Rightarrow EH = EK$ (Hc)

Vì $OE \perp BC \Rightarrow OE$ đi qua trung điểm' của BC

$\Rightarrow OE$ là đường trung trực của BC

$\Rightarrow EB = EC$

Xét ΔEHB và ΔEKC có:

$$\widehat{EHB} = \widehat{EKC} = 90^\circ$$

$$EH = EK \text{ (cmt)}$$

$$EB = EC \text{ (cmt)}$$

$\rightarrow \Delta EHB = \Delta EKC$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

$\rightarrow \widehat{EBH} = \widehat{ECK}$ (góc tương ứng)

$$\text{Mà } \widehat{EBH} + \widehat{EBA} = 180^\circ$$

$$\rightarrow \widehat{EBA} + \widehat{ECK} = 180^\circ$$

Mà hai góc này ở vị trí đối nhau

$\rightarrow EBAC$ nội tiếp, mà $AEC \in (O) \Rightarrow E \in (O)$.

Chứng minh E là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBCF

$$\text{Ta có } \widehat{EBF} = \widehat{EBD} + \widehat{DBF}$$

$$\text{Mà } \widehat{EBD} = \widehat{EAC} = \widehat{BAE}$$

$$\widehat{DBF} = \widehat{ABF}$$

$$\rightarrow \widehat{EBF} = \widehat{FBA} + \widehat{FAB} = \widehat{BFE}$$

$\rightarrow \Delta EBF$ cân tại B

$$\rightarrow EB = EF$$

$$\text{Mà } EB = EC \quad \text{ } \Rightarrow EB = EF = EC$$

$\rightarrow E$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBFC

c. Chứng minh $BMDN$ nội tiếp

Xét ΔEAB có M, N lần lượt là trung điểm của EA và EB

$\rightarrow MN$ là đường trung bình $\Delta EAB \rightarrow MN \parallel AB$

$$\rightarrow \widehat{NMD} = \widehat{BAE} \text{ (đồng vị)}$$

Xét (O) có $OE \perp BC \rightarrow E$ là điểm chính giữa cung BC

$$\rightarrow sđ \widehat{BE} = sđ \widehat{CE}$$

$$\Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{BAE}$$

Mà $\widehat{CBE} = \widehat{CAE}$ (nội tiếp cùng chắn \widehat{CE})

$$\rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{BAE}$$

$$\Rightarrow \widehat{BMD} = \widehat{NBD} = \widehat{NMD}$$

Mà \angle góc này có đỉnh là D nên cùng nhìn cạnh ND

\rightarrow tứ giác $BMDN$ nội tiếp

Xác định vị trí điểm A để H, N, I, K thẳng hàng

Xét tứ giác BHEI có $\widehat{BHE} + \widehat{BIE} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà \angle góc này ở vị trí đối nhau \Rightarrow BHEI nội tiếp, đường tròn tâm N, bán kính BE

$$\Rightarrow \widehat{BIH} = \widehat{BEH}$$

Xét tứ giác CEIK có $\widehat{CIE} = \widehat{CKE} = 90^\circ$

\Rightarrow CEIK nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{KIC} = \widehat{KEC}$$

$$\text{Mà } \triangle EBH = \triangle ECK \Rightarrow \widehat{BEH} = \widehat{KEC}$$

$$\Rightarrow \widehat{BIH} = \widehat{KIC}$$

$$\text{Mà } \widehat{BIH} + \widehat{HIC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{KIC} + \widehat{HIC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{HIK} = 180^\circ$$

\Rightarrow H, I, K thẳng hàng.

Để H, N, I, K thẳng hàng \Rightarrow H, N, I thẳng hàng.

Vì BHEI nội tiếp đường tròn tâm N, đường kính BE $\Rightarrow NH = NI$

Mà H, N, I thẳng hàng \Rightarrow N là trung điểm của HI

Mà N là trung điểm của BE \Rightarrow BHEI là hình bình hành

Mà $\widehat{BHE} = 90^\circ \Rightarrow$ BHEI là hình chữ nhật

$$\Rightarrow \widehat{HBI} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ$$

$\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại B $\Rightarrow A \in (O)$ sao cho $\triangle ABC$ vuông tại B

Câu 10.

Phương trình $ax^2 + bx + c + 2023 = 0$ nhận $x = 1$ là nghiệm

$$\Rightarrow a + b + c + 2023 = 0 \Leftrightarrow a + b + c = -2023$$

Với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có $(a-b)^2 \geq 0, (b-c)^2 \geq 0, (c-a)^2 \geq 0$

$$\text{Khi đó: } P = \sqrt{(a+b)^2 + 2(a-b)^2} + \sqrt{(b+c)^2 + 4(b-c)^2} + \sqrt{(c+a)^2 + 5(c-a)^2}$$

$$\geq \sqrt{(a+b)^2} + \sqrt{(b+c)^2} + \sqrt{(c+a)^2}$$

$$= |a+b| + |b+c| + |c+a|$$

$$\geq |2(a+b+c)| = 2 \cdot 2023 = 4046$$

Và giá trị của P là 4046

Đấu "=" xảy ra khi $a = b = c = \frac{-2023}{3}$