

I Phân tích nghiệm.

Câu 1. B

Câu 2. A

Câu 3. D

Câu 4. C

I Phân tích luận

Câu 5  $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - 3y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - 9y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = -22 \\ x - 3y = 9 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x + 6 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 3 \end{cases}$

Vậy  $\Delta \subset (3; -2)$

Câu 6 Điều kiện:  $x > 0, x \neq 1$

$$\begin{aligned} a) A &= \frac{x\sqrt{x} + 1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{x-\sqrt{x}+1 - (\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{x-\sqrt{x}+1 - x + 2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \end{aligned}$$

b)  $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-1+3}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{3}{\sqrt{x}-1}$

Để A nguyên  $\Rightarrow \left(1 + \frac{3}{\sqrt{x}-1}\right) \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3 \mid (\sqrt{x}-1)$   
hay  $(\sqrt{x}-1) \in U(3) = \{\pm 1, \pm 3\}$

$$\begin{array}{c|ccc|c} \sqrt{x}-1 & -3 & -1 & 1 & 3 \\ \hline x & | & | & | & | \\ & x & 0 & 4 & 16 \\ & (tm) & (tm) & (tm) & (tm) \end{array} \Rightarrow x \in \{0; 4; 16\}$$

Câu 7.

a) Với  $m = 0$ , phương trình hóa thành.

$$x^2 - (2.5+1)x + 5^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 8x + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-3) - 8(x-3) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=8 \end{cases}$$

b) Kép phương trình đã cho có 2 nghiệm  $x_1, x_2$

$$\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow [-(2m+1)]^2 - 4(m^2 - 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4m + 5 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{4}$$

Áp dụng hệ thức Viết có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m+1 \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$$

Vì  $x_1$  là nghiệm của phương trình

$$\Rightarrow x_1^2 - (2m+1)x_1 + m^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 + m^2 - (x_1 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 + m^2 = x_1 + 1$$

$$\Rightarrow (x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_1 + 1) = 4$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + 1)(x_1 + 1) = 4$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + (x_1 + x_2) + 1 = 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 1 + 2m + 1 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 3m - m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m+3) - (m+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+3)(m-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \text{ (l)} \\ m = 1 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy.

Câu 8: Gọi giá cước của hãng taxi trên 8000đ và mức 3km đầu là  $x$ ;  $y$  (đồng);  $x, y > 0$ .

Anh A đi 32km phải trả 479.500 đồng, tức là anh A đi 1km đầu với giá 20.000 đồng; 24km sau với giá  $x$  đồng và  $32 - 25 = 7$ km cuối với giá  $y$  đồng

$$\Rightarrow \text{ta có phương trình: } 20.000 + 24x + 7y = 479500$$

$$\Leftrightarrow 24x + 7y = 459500 \quad (1)$$

Chị B đi 41km phải trả 592.000 đồng, tức là chị B đi 1km đầu với giá 20.000 đồng; 24km sau với giá  $x$  đồng và  $41 - 25 = 16$ km cuối với giá  $y$  đồng.

$$\Rightarrow \text{ta có phương trình: } 20.000 + 24x + 16y = 592000$$

$$\Leftrightarrow 24x + 16y = 572000 \quad (2)$$

Tập 4) và 2) ta có hpt:

$$\begin{cases} 24x + 7y = 459500 \\ 24x + 16y = 572000 \end{cases}$$

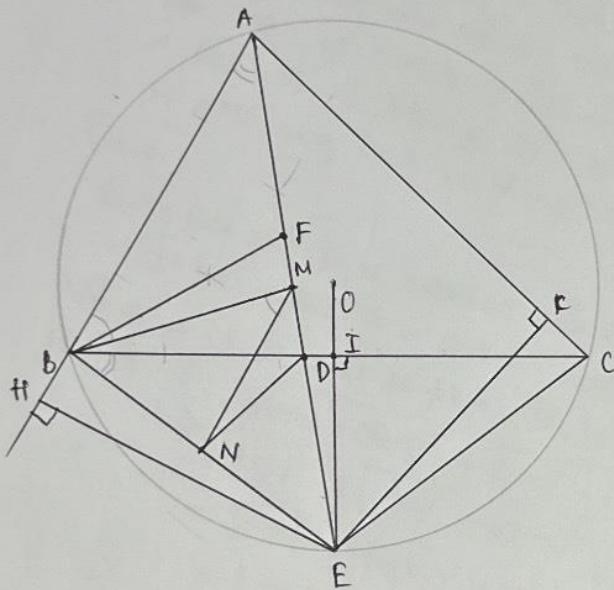
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9y = 112500 \\ 24x + 7y = 459500 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 12500 \\ x = 15500 \end{cases} \text{ (tm)}$$

$\Rightarrow$  Giá bán cho mức 2 và mức 3 là 16.500 đồng và 12.500 đồng

Nếu khách hàng chỉ mua 24kg thì sẽ số tiền là:  $20.000 + 23.15.500 = 376.500$  đồng.

Câu 9.



a) Xét tứ giác  $EHAK$  có  $\widehat{EHA} + \widehat{EKA} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Nó hai góc này ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow$  tứ giác  $EHAK$  nội tiếp (định)

b) Chứng minh  $E$  thuộc  $(O)$

Vì  $E$  thuộc đường phân giác của  $\widehat{BAC}$

$\Rightarrow EH = EK$  (tlc)

Vì  $OE \perp BC \Rightarrow OE$  đi qua trung điểm của  $BC$

$\Rightarrow OE$  là đường trung trực của  $BC$

$\Rightarrow BB = EC$

Xét  $\triangle EHB$  và  $\triangle EKC$  có

$$\widehat{EHB} = \widehat{EKC} = 90^\circ$$

$$EH = EK \text{ (cmt)}$$

$$EB = EC \text{ (cmt)}$$

$\rightarrow \triangle EHB \cong \triangle EKC$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

$\rightarrow \widehat{EBH} = \widehat{ECK}$  (góc tương ứng)

$$\text{Nên } \widehat{EBH} + \widehat{EBA} = 180^\circ$$

$$\rightarrow \widehat{EBA} + \widehat{ECK} = 180^\circ$$

Nên hai góc này ở vị trí đối nhau

$\rightarrow EBAC$  nội tiếp, mà  $AEC \in (O) \Rightarrow E \in (O)$ .

Chứng minh E là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle BCF$

$$\text{Taco } \widehat{EBF} = \widehat{EBD} + \widehat{DBF}$$

$$\text{Nên } \widehat{EBD} = \widehat{EAC} = \widehat{BAE}$$

$$\widehat{DBF} = \widehat{ABF}$$

$$\Rightarrow \widehat{EBF} = \widehat{FBA} + \widehat{FAB} = \widehat{BFE}$$

$\rightarrow \triangle EBF$  cân tại B

$$\Rightarrow EB = EF$$

$$\text{Nên } EB = EC \quad \Rightarrow EB = EF = EC$$

$\rightarrow E$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle BFC$

c) Chứng minh BMDN nội tiếp

Xét  $\triangle EAB$  có N, N là điểm là trung điểm của EA và EB

$\rightarrow MN$  là đường trung bình  $\triangle EAB \rightarrow MN \parallel AB$

$$\Rightarrow \widehat{NMD} = \widehat{BAE} \text{ (định nghĩa)}$$

Xét  $(O)$  có  $OE \perp BC \rightarrow E$  là điểm chính giữa cung  $\widehat{BC}$

$$\Rightarrow \text{sđ } \widehat{BE} = \text{sđ } \widehat{CE}$$

$$\Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{BAE}$$

$$\text{Nên } \widehat{CBE} = \widehat{CAE} \text{ (nội tiếp cùng chắn } \widehat{CE})$$

$$\Rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{BAB}$$

$$\Rightarrow \widehat{NMD} = \widehat{NBD} = \widehat{NMD}$$

Nên  $\widehat{NMD}$  có  $\widehat{NMD} = \widehat{NBD}$  và  $\widehat{NMD} = \widehat{NMD}$

$\rightarrow$  Tứ giác BMDN nội tiếp

Xác định vị trí chém  $A$  để  $H; N; I; K$  thẳng hàng

Xét tứ giác  $BHEI$  có  $\widehat{BHE} + \widehat{BIE} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà  $\angle$  gác này ở vị trí đối nhau  $\Rightarrow BHEI$  nội tiếp, đường tròn tâm  $N$ , bán kính  $BE$

$$\Rightarrow \widehat{BIH} = \widehat{BEH}$$

Xét tứ giác  $CEIK$  có  $\widehat{CIE} = \widehat{CIE} = 90^\circ$

$\Rightarrow CEIK$  nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{KIC} = \widehat{EIC}$$

Mà  $\Delta EBH = \Delta ECK \Rightarrow \widehat{BEH} = \widehat{ECK}$

$$\Rightarrow \widehat{BIEH} = \widehat{KIC}$$

$$\text{Nó } \widehat{BIEH} + \widehat{KIC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{KIC} + \widehat{EIC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{EIK} = 180^\circ$$

$\Rightarrow H; I; K$  thẳng hàng.

Đó  $H; N; I; K$  thẳng hàng  $\Rightarrow H; N; I$  thẳng hàng.

Vì  $BHEI$  nội tiếp, đường tròn tâm  $N$ , đường kính  $BE \Rightarrow NH = NI$

Mà  $H; N; I$  thẳng hàng  $\Rightarrow N$  là trung điểm của  $HI$

Mà  $N$  là trung điểm của  $BE \Rightarrow BHEI$  là hình bình hành

Mà  $\widehat{BIE} = 90^\circ \Rightarrow BHEI$  là hình chữ nhật

$$\Rightarrow \widehat{EIB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ \widehat{ABC} = 90^\circ$$

$\Rightarrow \Delta ABC$  vuông tại  $B \Rightarrow A$  e (O) sao cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $B$

Câu 10.

Phương trình  $ax^2 + bx + c + 2023 = 0$  nhận  $x=1$  là nghiệm

$$\Rightarrow a + b + c + 2023 = 0 \Rightarrow a + b + c = -2023$$

Với  $a, b, c \in \mathbb{R}$  có  $(a-b)^2 \geq 0, (b-c)^2 \geq 0, (c-a)^2 \geq 0$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } P &= \sqrt{(a+b)^2 + 2(a-b)^2} + \sqrt{(b+c)^2 + 4(b-c)^2} + \sqrt{(c+a)^2 + 5(c-a)^2} \\ &\geq \sqrt{(a+b)^2} + \sqrt{(b+c)^2} + \sqrt{(c+a)^2} \\ &= |a+b| + |b+c| + |c+a|. \end{aligned}$$

$$\geq |2(a+b+c)| = 2 \cdot 2023 = 4046$$

Vậy gtnh của  $P$  là 4046

$$\text{Điều } " = " \text{ xảy ra khi } a = b = c = \frac{-2023}{3}.$$