

TITLE:

Câu 1

$$1) A = \sqrt{4} + \sqrt{49} + \sqrt{64}$$

$$= 2 + 7 + 8$$

$$= 17$$

$$2) P = \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{4x}{x-1}$$

$$= \frac{x-1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{4x}{x-1}$$

$$= 2\sqrt{x}$$

Vậy với $x > 0, x \neq 1$ thì $P = 2\sqrt{x}$.

c) Vì đường thẳng $y = 2x + b - 1$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 nên $x = 1; y = 0$

$$\text{hay } 0 = 2 \cdot 1 + b - 1$$

$$\Rightarrow b = -1$$

Câu 2, a) $x^2 + 3x - 10 = 0$

$$\Delta = 3^2 - 4(-10) = 49 > 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2} = -5$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{2; -5\}$.

b) $x^2 - 5x + 3 = 0$

Vì phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2

Áp dụng Vi-et ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 > 0 \\ x_1 x_2 = 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 > 0, x_2 > 0$$

(1)

TITLE:

vì x_1, x_2 là nghiệm của $x^2 - 5x + 3 = 0$
 nên ta có $x_1^2 - 5x_1 + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow x_1^2 = 5x_1 - 3$$

Ta có: $T = \frac{(x_1 + 1)(x_2 + 1)}{x_1^2 + 5x_2}$

$$= \frac{x_1 x_2 + (x_1 + x_2) + 1}{5(x_1 + x_2) - 3} = \frac{3 + 5 + 1}{5(5) - 3} = \frac{9}{22}$$

Câu 3 a) gọi số xe loại I là x ($x > 0; x < 50$)
 số xe loại II là y ($y > 0; y < 50$)

Theo bài ra ta có hệ pt

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + 6y = 160 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 100 \\ 2x + 6y = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y = 60 \\ x + y = 50 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 15 \\ x = 35 \end{cases}$$

Vậy cửa hàng nhập 35 xe loại I và 15 xe loại II.

b) vì thể tích viên bi bằng thể tích nước dâng lên nên ta có thể tích viên bi là

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3,14 \cdot (1,5)^2 \cdot 0,5 = 3,5325 (\text{cm}^3)$$

TITLE



a) Tứ giác A E H F có

$$\widehat{AFH} = 90^\circ \text{ (do } CF \perp AB)$$

$$\widehat{AEH} = 90^\circ \text{ (do } BE \perp AC)$$

$$\rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 180^\circ$$

⇒ tứ giác AEHF là nội tiếp đường tròn (do có 2 góc đối có tổng bằng 180°)

b) (*) chứng minh $\widehat{FAD} = \widehat{OFC}$

$\Rightarrow$ Let $\angle BFC$ co' $\widehat{BFC} = 90^\circ$

o là trung điểm BC

$\Rightarrow F_0$ là tung tuyến ứng với cạnh huyền BC.

$$\Rightarrow FO = \frac{1}{2} BC \Rightarrow FO = OC$$

$\Rightarrow$ FOC cần tại 0

$$\Rightarrow \widehat{OFC} = \widehat{OCF} \quad (1)$$

$\Rightarrow$ Xét ΔAFH và ΔCDH

$$\angle AFH = \angle CDH = 90^\circ$$

$$\widehat{AHF} = \widehat{CHD} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \triangle APH \cong \triangle CDH \text{ (r.r.s.)}$$

FAH = DCH (2 góc bằng nhau)

hay $\widehat{FAD} = \widehat{OCF} \quad (2)$

$T\bar{w} \text{ (1) và } (2) \Rightarrow \widehat{FAO} = \widehat{OFC}$

② chứng minh $OC^2 = OD \cdot OM$

tacó: $\widehat{ODF} = 180^\circ - \widehat{MDF}$

$\widehat{OFM} = 180^\circ - \widehat{OFE}$ ③

xét tứ giác AFDC có $\widehat{AFC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ ④

$\Rightarrow$ tứ giác AFDC nội tiếp (do có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới 1 góc 90°)

$\Rightarrow \widehat{FAC} + \widehat{FDC} = 180^\circ$ (2 góc đối)

$\Rightarrow \widehat{MDF} = \widehat{FAC}$ hay $\widehat{MDF} = \widehat{BAC}$

lại có: $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} + \widehat{CAD}$

$\widehat{BAD} = \widehat{OFC}$ (chứng minh trên)

$\widehat{CAD} = \widehat{EFC}$ (do tứ giác AFHE nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EAH} = \widehat{EFH}$)

$\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{OFC} + \widehat{EFC} = \widehat{OFE}$ (5)

từ (3) (4) (5) $\Rightarrow \widehat{ODF} = \widehat{OFM}$

xét ΔODF và ΔOFM tacó

$\widehat{FOM}$ chung
 $\widehat{ODF} = \widehat{OFM}$

$\Rightarrow \Delta ODF \sim \Delta OFM$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{OF}{OM} = \frac{OD}{OF} \Rightarrow OF^2 = OD \cdot OM$

Mà $OF = OC \Rightarrow OC^2 = OD \cdot OM$ (đpcm)

c) gọi O_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

kẻ AK là đường kính (O_1)

$\Rightarrow$ tứ giác BHCK là hình bình hành (vì $BH \parallel CK$; $BK \parallel CH$)

Mà O là trung điểm của $BC \Rightarrow O$ là trung điểm của HK .

$\Rightarrow$ 3 điểm H, O, K thẳng hàng (6)

TITLE:

gọi I là giao điểm của MA và (O, I)
 Ta chứng minh được $\triangle MIB \sim \triangle MCA$ (g.g)
 $\Rightarrow MI \cdot MA = MC \cdot MB$

$$\triangle MBE \sim \triangle MEC \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow MB \cdot MC = ME \cdot MF$$

$$\Rightarrow MI \cdot MA = MB \cdot MC = ME \cdot MF$$

Ta cũng chứng minh được $\triangle MIF \sim \triangle MEA$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{MIF} = \widehat{MEA}$$

$\Rightarrow$ tứ giác $AIFE$ nội tiếp

Mà tứ giác $AEHF$ nội tiếp (câu a)

$\Rightarrow$ 5 điểm A, I, F, H, E cùng thuộc một đường

$$\text{thẳng} \Rightarrow \widehat{AIH} = \widehat{AFH} = 90^\circ$$

Mà $\widehat{AIK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa (O, I))

$\Rightarrow$ 3 điểm I, H, K thẳng hàng (7)

Từ (6) và (7) $\Rightarrow$ 4 điểm H, I, O, K thẳng hàng

$$\Rightarrow OI \perp AM$$

Xét $\triangle OAM$ có AD là đường cao

OI là đường cao

Mà AD cắt OI tại H

$\Rightarrow H$ là trực tâm của $\triangle OAM$

$$\Rightarrow MH \perp OA \text{ (đpcm)}$$

Câu 5

Câu 57
$$\begin{cases} (x^2+1)(y^2+1) = 4 \\ x\sqrt{y^2+1} + y\sqrt{x^2+1} = x^2y^2 - 1 \end{cases} \quad (1)$$

Đặt $t = xy$

từ (1) $\Rightarrow x^2y^2 + x^2 + y^2 = 3$

ta có: $x^2 + y^2 \geq 2|xy| \Rightarrow t^2 + 2|t| \leq 3$
 $\Rightarrow |t| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq t \leq 1$

từ (2) $\Rightarrow x^2(y^2+1) + 2xy\sqrt{(x^2+1)(y^2+1)} + y^2(x^2+1) = (x^2y^2-1)^2$

$\Leftrightarrow x^2y^2 + x^2 + 4xy + x^2y^2 + y^2 = (x^2y^2-1)^2$

$\Leftrightarrow (x^2y^2 + x^2 + y^2) + x^2y^2 + 4xy = (x^2y^2-1)^2$

$\Leftrightarrow (t^2-1)^2 = t^2 + 4t + 3$

$\Leftrightarrow (t-1)^2(t+1)^2 = (t+1)(t+3) = 0$

$\Leftrightarrow (t+1)(t^3-t^2-2t-2) = 0 \quad (*)$

Nhặt: $t^3 - t^2 - 2t - 2 = t^2(t-1) - 2(t+1)$

Do $-1 \leq t \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} t^2(t-1) \leq 0 \\ -2(t+1) \leq 0 \end{cases}$

$\Rightarrow t^3 - t^2 - 2t - 2 \leq 0 \quad \forall t \in [-1; 1]$

dấu $= 0$ xảy ra

$\Rightarrow t^3 - t^2 - 2t - 2 < 0 \quad \forall t \in [-1; 1]$

Do đó $(*) \Leftrightarrow t+1=0 \Leftrightarrow t=-1$

kiểm tra a) $\Rightarrow \begin{cases} xy = -1 \\ (x+y)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=0 \\ xy = -1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \\ x=-1 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm
 $(x, y) = \{(-1, 1), (1, -1)\}$