

(Đề thi có 03 trang)

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Mã đề 115

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (20 câu – 5,0 điểm) – Học sinh chọn PA đúng và tô vào PTLTN

Câu 1. Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 2. Cho $\lim u_n = -3$; $\lim v_n = 2$. Khi đó $\lim(u_n - v_n)$ bằng

A. -5.

B. -1.

C. 1.

D. 5.

Câu 3. Cho $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ ($-90^\circ < \alpha < 0^\circ$), khi đó giá trị góc α bằng

A. 30° .

B. 120° .

C. 60° .

D. -60° .

Câu 4. Cho α thuộc góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây

A. $\cos \alpha < 0$.

B. $\cot \alpha < 0$.

C. $\tan \alpha < 0$.

D. $\sin \alpha > 0$.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

A. $u_n = 3^n$.

B. $u_n = 3^{n+1}$.

C. $u_n = 3^{n-1}$.

D. $u_n = n^{n+1}$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x = 2$?

A. $y = x^2 - 3x + 2$.

B. $y = \sqrt{x+2}$.

C. $y = \frac{x^2}{x-2}$.

D. $y = x^2$.

Câu 7. Giá trị $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $-\infty$

D. $+\infty$.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 - \tan x \tan y}$.

B. $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{\tan x \tan y}$.

C. $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$.

D. $\tan(x-y) = \frac{\tan x + \tan y}{\tan x \tan y}$.

Câu 9. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, $d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $u_3 = 15$.

B. $u_3 = 8$.

C. $u_3 = 2$.

D. $u_3 = 5$.

Câu 10. Cho cấp số cộng u_n có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng?

A. $u_n = 5n - 1$.

B. $u_n = 5n + 1$.

C. $u_n = 4n + 1$.

D. $u_n = 4n - 1$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 9.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Câu 12. Rút gọn biểu thức: $\sin 54^\circ \cdot \cos 4^\circ + \sin 4^\circ \cdot \cos 54^\circ$, ta được

A. $\sin 50^\circ$.

B. $\sin 58^\circ$.

C. $\cos 58^\circ$.

D. $\cos 50^\circ$.

Câu 13. Góc có số đo 120° đổi sang radian là

A. $\frac{\pi}{10}$.

B. $\frac{2\pi}{3}$.

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 14. Phương trình $\tan x + 1 = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 15. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y = 2x + \cos x$.

B. $y = \cos 3x$.

C. $y = x^3 \cos x$.

D. $y = x^2 \sin(x + 3)$.

Câu 16. Phương trình $\cos x = 1$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 17. Cho dãy số (u_n) có các số hạng đầu là: 1, 3, 5, 7, thì công thức của số hạng tổng quát là

A. $u_n = 8n - 7$.

B. $u_n = 3n - 2$.

C. $u_n = 4n - 3$.

D. $u_n = 2n - 1$.

Câu 18. Giá trị $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-4x}{5x+2}$ bằng

A. $\frac{5}{4}$.

B. $-\frac{4}{5}$.

C. $-\frac{5}{4}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Câu 19. Cho $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha$.

A. $P = \frac{7}{9}$.

B. $P = \frac{7}{18}$.

C. $P = \frac{5}{9}$.

D. $\frac{5}{18}$.

Câu 20. Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

A. 1; -2; 4; -8; 16.

B. 1; -3; 9; -27; 54.

C. 1; 2; 4; 8; 16.

D. 1; -1; 1; -1; 1.

II. PHẦN TỰ LUẬN (05 câu - 5,0 điểm) - Học sinh làm bài vào giấy kiểm tra quy định

Câu 21 (1,0 điểm). Cho $\cos x = \frac{2}{\sqrt{5}} \left(-\frac{\pi}{2} < x < 0 \right)$. Tính giá trị của $\sin x$?

Câu 22 (1,0 điểm). Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{1 - x}$

Câu 23 (1,0 điểm). Chứng minh biểu thức

$$P = 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - 3 + 4\sin^2 \alpha$$

có giá trị không phụ thuộc vào α .

Câu 24 (1,0 điểm). Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_3 + u_5 = 91 \\ u_7 - u_1 = 728 \end{cases}$.

Tính số hạng đầu tiên u_1 và công bội q ?

Câu 25 (1,0 điểm). Một công ty nợ tuyển công nhân vào đầu tháng 01 của năm, trong thời hạn 5 năm và có phương án trả lương như sau: Lương tháng khởi điểm là 4 triệu đồng và sau mỗi quý (04 tháng) lương sẽ tăng thêm 500 nghìn đồng. Nhưng do năm thứ tư có dịch Covid 19, nên tiền lương vẫn giữ theo phương án nhưng có trừ lương mỗi tháng là 5%. Hỏi sau 5 năm làm việc thì tổng lương nhận được của người công nhân là bao nhiêu?

----- **HẾT** -----

(Không kể thời gian phát đề)

I. Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Tổng câu trắc nghiệm: 20

Mã đề Câu	115	116	117	118
1	D	D	D	D
2	A	A	D	A
3	D	A	C	B
4	D	B	A	A
5	A	B	B	D
6	C	C	A	C
7	C	A	D	C
8	C	D	C	C
9	D	B	B	C
10	C	D	D	C
11	B	D	B	D
12	B	A	D	D
13	B	C	C	A
14	C	A	B	A
15	C	B	A	D
16	B	A	B	A
17	D	C	C	C
18	B	D	A	D
19	D	C	B	C
20	B	A	B	A

II. Phần đáp án câu tự luận:

Câu 21. Cho $\cos x = \frac{2}{\sqrt{5}} \left(-\frac{\pi}{2} < x < 0 \right)$. Hãy tính giá trị của $\sin x$	
Ta có $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	0,25 đ
$\Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)^2 = \frac{1}{5}$	0,25 đ
Vậy $\sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$	0,25 đ
Vì $-\frac{\pi}{2} < x < 0 \Rightarrow \sin x < 0$ nên $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.	0,25 đ

Câu 22. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{1 - x}$	
Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{1 - x}$	0,25 đ
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{-(x-1)}$	0,25 đ
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} [-(x^2 + x + 1)]$	0,25 đ
Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} [-(x^2 + x + 1)] = -3$	0,25 đ
Câu 23. Chứng minh biểu thức $P = 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - 3 + 4\sin^2 \alpha$ có giá trị không phụ thuộc vào α .	
Ta có $\frac{\pi}{3} - \alpha$ và $\frac{\pi}{6} + \alpha$ phụ nhau nên $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$.	0,25 đ
Suy ra $4\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$	
$= 4 \cdot \frac{1}{2} \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha + \frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \cos\left[\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)\right] \right\}$	0,25 đ
$= 2 \cdot \left[\cos\frac{\pi}{3} + \cos(-2\alpha) \right] = 2 \cdot \cos\frac{\pi}{3} + 2 \cdot \cos 2\alpha$	
$= 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot (1 - 2\sin^2 \alpha) = 1 + 2 - 4\sin^2 \alpha = 3 - 4\sin^2 \alpha$	0,25 đ
$P = 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - 3 + 4\sin^2 \alpha = 0$	0,25 đ
Câu 24. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_3 + u_5 = 91 \\ u_7 - u_1 = 728 \end{cases}$. Tính số hạng đầu tiên u_1 và công bội q ?	
Ta có: $\begin{cases} u_1 + u_3 + u_5 = 91 \\ u_7 - u_1 = 728 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q^2 + u_1 \cdot q^4 = 91 \\ u_1 \cdot q^6 - u_1 = 728 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q^2 + q^4) = 91 \quad (1) \\ u_1(q^6 - 1) = 728 \quad (2) \end{cases}$	0,25 đ
Chia từng vế của (1) cho (2) ta được phương trình :	0,25 đ
$\frac{1 + q^2 + q^4}{q^6 - 1} = \frac{1 + q^2 + q^4}{(q^2 - 1)(1 + q^2 + q^4)} = \frac{1}{q^2 - 1} \Leftrightarrow q^2 = 9 \Leftrightarrow q = \pm 3 \quad (*)$	

Với $q = 3$ thay vào (2) ta được $u_1 = 1$.	0,25 đ
Với $q = -3$ thay vào (2) ta được $u_1 = 1$.	0,25 đ
Câu 25. Một công ty nọ tuyển công nhân vào đầu tháng 01 của năm, trong thời hạn 5 năm và có phương án trả lương như sau: Lương tháng khởi điểm là 4 triệu đồng và sau mỗi quý (04 tháng) lương sẽ tăng thêm 500 nghìn đồng. Nhưng do năm thứ tư có dịch Covid 19, nên tiền lương vẫn giữ theo phương án nhưng có trừ lương mỗi tháng là 5%. Hỏi sau 5 năm làm việc thì tổng lương nhận được của người công nhân là bao nhiêu?	
Mỗi quý 04 tháng thì một năm sẽ có 3 quý 5 năm có tất cả là 15 quý Gọi u_n ($n \in \{1, 2, \dots, 15\}$): là tiền lương mỗi tháng ở quý thứ n Dãy (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 0,5$ (triệu đồng)	0,25 đ
Tổng của 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) là $S_{15} = \frac{15(u_1 + u_{15})}{2} = 15(u_1 + 7d) = 112,5 \text{ (triệu đồng)}$	0,25 đ
Trong năm thứ tư tiền lương của các quý: u_{10}, u_{11}, u_{12} và số tiền bị trừ là $4(u_{10} + u_{11} + u_{12}) \times 5\% = 3u_{11} = 12(u_1 + 10d) \times 5\% = 12(4 + 5) \times 5\% = 5,4 \text{ (triệu đồng)}$	0,25 đ
Tổng lương nhận được của một công nhân trong 5 năm làm việc là $S = 112,5 \times 4 = 450 - 5,4 = 444,6 \text{ (triệu đồng)}$	0,25 đ