

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

Môn thi: Toán lớp 7

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (4,5 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức: a, $A = \left(\frac{10 \cdot \sqrt{1,44}}{3} + \frac{24 \cdot \sqrt{0,25}}{7} \right) : \left(\frac{12}{7} + \frac{\sqrt{144}}{9} \right)$

b, $N = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

2. Cho $A = 1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{1996} + 2^{2000}$ và $B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2000} + 2^{2002}$. Tính tỷ số $\frac{A}{B}$

Câu 2. (4,0 điểm)

a, Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết $|2x - 1| + \frac{1}{4} = 2$

b, Tìm x, y, z biết: $2x = 3y = 5z$ và $x + 3y - 2z = 66$

c, Cho $b^2 = ac; c^2 = bd$ (a, b, c, d khác 0). Chứng minh rằng: $\left(\frac{12a + 3b - 5c}{12b + 3c - 5d} \right)^3 = \frac{a}{d}$

Câu 3. (3,5 điểm)

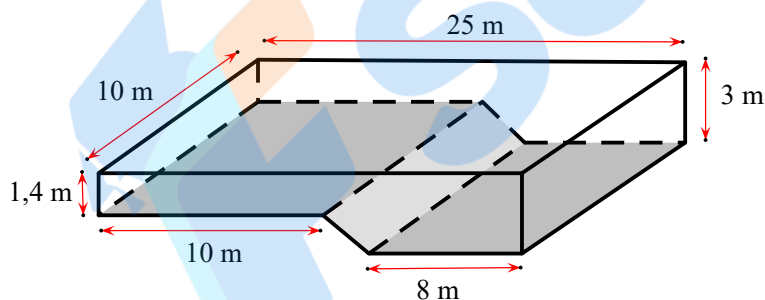
a, Cho x, y là các số nguyên dương thỏa mãn $\frac{x + 2y}{x + y} = \frac{2023}{2022}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của x .

b, Một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng và chiều cao tỉ lệ với 1: 2: 4. Tổng diện tích sáu mặt của bể nước là 112m². Tính thể tích bể nước.

c, Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn: $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$ và $a + 3 = 5^c$

Câu 4. (2,0 điểm)

Một bể bơi được xây dựng thành hai khu vực với độ sâu khác nhau cho trẻ em và người lớn và các kích thước của lòng bể được cho như hình vẽ.



Hỏi sau bao lâu bể bơi được bơm đầy nước, biết cứ mỗi phút máy bơm được vào bể 500 lít nước.

Câu 5. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn có $AB < AC$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AB = AD$. Qua B kẻ đường thẳng song song với CD cắt đường thẳng AC tại E.

a, Chứng minh rằng $BE = CD$; $ED = BC$

b, Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BE, CD. Chứng minh rằng A là trung điểm của PQ

c, Gọi M là điểm bất kỳ nằm trong tam giác ABC. Xác định vị trí của M để biểu thức $MA \cdot BC + MB \cdot AC + MC \cdot AB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

..... Hết

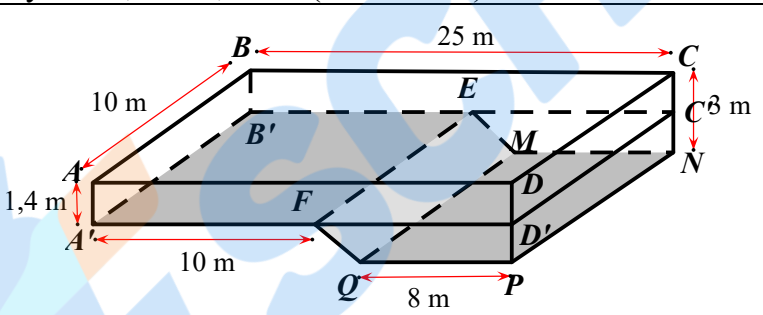
Hướng dẫn chấm môn Toán 7

(Hướng dẫn chấm gồm có 04 trang)

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1a (1,5 đ)	$A = \left(\frac{10 \cdot \sqrt{1,44}}{3} + \frac{24 \cdot \sqrt{0,25}}{7} \right) : \left(\frac{12}{7} + \frac{\sqrt{144}}{9} \right)$	0,5
	$A = \left(\frac{10 \cdot 1,2}{3} + \frac{24 \cdot 0,5}{7} \right) : \left(\frac{12}{7} + \frac{12}{9} \right)$	
	$A = \left(\frac{12}{3} + \frac{12}{7} \right) : \left(\frac{12}{7} + \frac{12}{9} \right)$ $A = \frac{12 \cdot 10}{21} : \frac{12 \cdot 16}{63}$	0,5
	$A = \frac{12 \cdot 10}{21} \cdot \frac{63}{12 \cdot 16}$ $A = \frac{5}{1} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{8}$	0,5
Câu 1b (1,5 đ)	$N = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$ $N = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^2 \cdot 5}$	0,5
	$N = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5}$ $N = \frac{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (1 - 3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1 + 5)}$	0,5
	$N = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$	0,5
Câu 1c (1,5 đ)	$A = 1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{1996} + 2^{2000}$ $2^4 \cdot A = 2^4 + 2^8 + 2^{12} + \dots + 2^{2000} + 2^{2004}$ $2^4 \cdot A - A = 2^{2004} - 1$ $A = \frac{2^{2004} - 1}{15}$	0,5
	$B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2000} + 2^{2002}$ $2^2 \cdot B = 2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{2002} + 2^{2004}$ $2^2 \cdot B - B = 2^{2004} - 1$ $B = \frac{2^{2004} - 1}{3}$	0,5
	Do đó: $\frac{A}{B} = \frac{2^{2004} - 1}{15} : \frac{2^{2004} - 1}{3} = \frac{3 \cdot (2^{2004} - 1)}{15 \cdot (2^{2004} - 1)} = \frac{1}{5}$	0,5
Câu 2a (1,5 đ)	$ 2x - 1 + \frac{1}{4} = 2$ $ 2x - 1 = 2 - \frac{1}{4}$	0,5

	$ 2x-1 = \frac{7}{4}$	
	Trường hợp 1: $2x-1 = \frac{7}{4}$ Suy ra: $x = \frac{11}{8}$	0,5
	Trường hợp 2: $2x-1 = \frac{-7}{4}$ Suy ra: $x = \frac{-3}{8}$ Vì x nguyên nên không tồn tại x thỏa mãn bài ra	0,5
Câu 2b (1,5 đ)	Từ $2x = 3y = 5z$ suy ra $\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{6}$.	0,5
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{6} = \frac{x+3y-2z}{15+3.10-2.6} = \frac{66}{33} = 2$	0,5
	Khi đó: $x = 2.15 = 30$; $y = 2.10 = 20$; $z = 2.6 = 12$.	0,5
Câu 2c (1 đ)	Từ $b^2 = ac$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$; Từ $c^2 = bd$ suy ra $\frac{b}{c} = \frac{c}{d}$. Do đó: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$	0,25
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{12a+3b-5c}{12b+3c-5d}$	0,25
	Suy ra $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \left(\frac{12a+3b-5c}{12b+3c-5d}\right)^3$ Hay $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \left(\frac{12a+3b-5c}{12b+3c-5d}\right)^3$ Vậy $\frac{a}{d} = \left(\frac{12a+3b-5c}{12b+3c-5d}\right)^3$	0,5
Câu 3a (1 đ)	Từ $\frac{x+2y}{x+y} = \frac{2023}{2022}$ suy ra $\frac{x+2y}{2023} = \frac{x+y}{2022}$ Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x+2y}{2023} = \frac{x+y}{2022} = \frac{(x+2y)-(x+y)}{2023-2022} = y$	0,5
	Khi đó: $x+y = 2022y$ Hay $x = 2021y$	0,25
	Để x đạt GTNN khi 2021y đạt GTNN. Mặt khác x, y là các số nguyên dương nên GTNN của y là 1. Khi đó GTNN của x là 2021.	0,25
Câu 3b (1,5 đ)	Gọi chiều dài, chiều rộng và chiều cao của bể nước lần lượt là x, y, z (m). Điều kiện: $x, y, z > 0$. Khi đó: $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4}$	0,25
	Tổng diện tích sáu mặt của bể nước là: $2.(x+y).z + 2xy$ (m ²)	0,25

	Theo đề ra, ta có: $2.(x + y).z + 2xy = 112$ Hay $xz + yz + xy = 56$	
	Từ $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4}$ suy ra $\frac{x^2}{1} = \frac{y^2}{4} = \frac{z^2}{16} = \frac{xy}{2} = \frac{yz}{8} = \frac{xz}{4}$ Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{xy}{2} = \frac{yz}{8} = \frac{xz}{4} = \frac{xy + yz + xz}{2 + 8 + 4} = \frac{56}{14} = 4$	0,5
	Khi đó: $x^2 = 4.1 = 4 \Rightarrow x = 2$ $y^2 = 4.4 = 16 \Rightarrow y = 4$ $z^2 = 4.16 = 64 \Rightarrow z = 8$ (Vì $x, y, z > 0$)	0,25
	Vậy thể tích của bể nước là: $2.4.8 = 64 \text{ (m}^3\text{)}$	0,25
Câu 3c (1 đ)	Với a, b, c là các số nguyên dương, ta có: $5^b = a^2.(a + 3) + 5 = a^2.5^c + 5 > 5^c$ $\Rightarrow 5^b > 5^c$ Do đó: $5^b : 5^c$	0,25
	$\Rightarrow a^2.(a + 3) + 5 : a + 3$ $\Rightarrow 5 : a + 3$ Hay $a + 3 \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$.	0,25
	Vì a là số nguyên dương nên $a + 3 = 5$. Do đó: $a = 2$	0,25
	Khi đó: $5^b = 2^3 + 3.2^2 + 5 = 25 \Rightarrow b = 2$ $5^c = 2 + 3 = 5 \Rightarrow c = 1$. Vậy $a = 2, b = 2, c = 1$ (thử lại t/m)	0,25
Câu 4 (2 đ)		
	Để tính thể tích bể bơi, ta tính thể tích hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' và hình lăng trụ đứng EC'NM.FD'PQ có đáy là hình thang vuông. Thể tích hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' là: $10.25.1,4 = 350 \text{ (m}^3\text{)}$	0,5
	Thể tích hình lăng trụ đứng EC'NM.FD'PQ là: $\frac{1}{2}.[(25 - 10) + 8].(3 - 1,4).10 = 184 \text{ (m}^3\text{)}$	0,5
	Thể tích bể bơi là: $350 + 184 = 534 \text{ (m}^3\text{)}$	0,5
	Đổi $534 \text{ m}^3 = 534 \text{ 000 lít}$ Thời gian bể bơi được bơm đầy nước là: $534 \text{ 000} : 500 = 1 \text{ 068 (phút)}$ Vậy sau 17 giờ 48 phút thì bể được bơm đầy nước.	0,5

