

Câu 1: (5,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức: $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5$.

b) Rút gọn biểu thức: $B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4}$.

c) Cho các số thực x, y, z, t thoả mãn: $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$.

Chứng minh rằng biểu thức $P = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{y+z}$ có giá trị nguyên..

Câu 2: (4,0 điểm)

1. Tìm x biết:

a) $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$.

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) biết $2xy - x - y = 2$.

Câu 3: (4,0 điểm)

a) Tìm hai số nguyên dương x và y biết rằng tổng, hiệu và tích của chúng lần lượt tỉ lệ nghịch với 35; 210; 12.

b) Tìm đa thức M biết rằng $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$. Tính giá trị của M khi x, y thoả mãn $(2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \leq 0$.

c) Một chiếc hộp có 12 quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Mỗi quả bóng được ghi một trong các số 1; 2; 3;...12. Hai quả bóng khác nhau thì đánh số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp. Xét biến cố “Số xuất hiện trên quả bóng là số chia hết cho 3”. Tính xác suất của biến cố trên?

Câu 4: (6,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$. Chứng minh rằng:

a) $AC = EB$ và $AC \parallel BE$.

b) Gọi I là một điểm trên AC ; K là một điểm trên EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng.

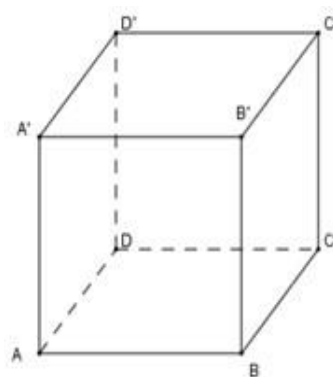
c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $HBE = 50^\circ$; $MEB = 25^\circ$. Tính số đo BME .

2. Cho hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ (đáy là hình vuông) ở hình vẽ bên.

a) Hãy chỉ ra các đáy dưới, đáy trên, các mặt bên.

b) Xác định các cạnh đáy, cạnh bên, đỉnh của hình lăng trụ trên.

c) Cho $AB = 40\text{cm}$; $A'A = 50\text{ cm}$. Tính thể tích của hình lăng trụ đứng.



Câu 5: (1,0 điểm)

Cho $B = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \frac{24}{25} + \dots + \frac{2499}{2500}$. Chứng tỏ rằng B không phải là số nguyên.

..... Hết

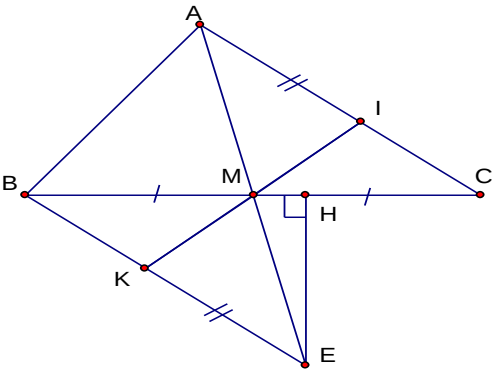
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:



ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu	Nội dung	Điểm
1 (5.0đ)	a) $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7}\right) + \frac{15}{2}$	0,5
	$= \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2}$	0,5
	$= \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2}$	0,25
	$\frac{-49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34}$	0,25
	b) $B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4} = \frac{2 \cdot (2^3)^4 \cdot (3^3)^2 + 2^2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^7 \cdot 2^7 \cdot 3^7 + 2^7 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot (3^2)^4} = \frac{2^{13} \cdot 3^6 + 2^{11} \cdot 3^9}{2^{14} \cdot 3^7 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5}$	1.0
	$= \frac{2^{11} \cdot 3^6 \cdot (2^2 + 3^3)}{2^{10} \cdot 3^7 \cdot (2^4 + 3 \cdot 5)}$	0,5
	$= \frac{2}{3}$	0,25
	c) $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$ $\Rightarrow \frac{y+z+t}{x} = \frac{z+t+x}{y} = \frac{t+x+y}{z} = \frac{x+y+z}{t}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{y+z+t}{x} + 1 = \frac{z+t+x}{y} + 1 = \frac{t+x+y}{z} + 1 = \frac{x+y+z}{t} + 1$	0,5
	$\Rightarrow \frac{x+y+z+t}{x} = \frac{z+t+x+y}{y} = \frac{t+x+y+z}{z} = \frac{x+y+z+t}{t}$	0,25
	Nếu $x + y + z + t = 0$ thì $P = -4$	0,25
	Nếu $x + y + z + t \neq 0$ thì $x = y = z = t \Rightarrow P = 4$	0,25
	Vậy P nguyên.	0,25
2 (4.0đ)	a) $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{6}{5}x + \frac{5}{4}x = \frac{3}{7} + \frac{1}{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow \left(\frac{6}{5} + \frac{5}{4}\right)x = \frac{13}{14}$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{49}{20}x = \frac{13}{14} \Leftrightarrow x = \frac{130}{343}$	0,25
	Vậy $x = \frac{130}{343}$	0,25

	$b) \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$ $\Rightarrow \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \dots - \frac{1}{2x-1} + \frac{1}{2x+1} \right) = \frac{49}{99}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2x+1} \right) = \frac{49}{99} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2x+1} = \frac{98}{99} \Rightarrow \frac{1}{2x+1} = \frac{1}{99}$	0,75
	$\Rightarrow 2x + 1 = 99 \Rightarrow 2x = 98 \Rightarrow x = 49.$	0,25
	Vậy $x = 49$	0,25
	$c) 2xy - x - y = 2 \Leftrightarrow 4xy - 2x - 2y = 4$ $\Leftrightarrow 2x(2y - 1) - 2y + 1 = 5 \Leftrightarrow (2y - 1)(2x - 1) = 5$	0,25
	HS xét 4 trường hợp tìm ra $(x, y) = \{(1; 3); (3; 1); (-2; 0); (0; -2)\}$	1,0
	Vậy $(x, y) = \{(1; 3); (3; 1); (-2; 0); (0; -2)\}$	0,25
	a) Do tổng, hiệu và tích của x và y lần lượt tỉ lệ nghịch với 35; 210; 12. Ta có $(x + y).35 = (x - y).210 = 12. xy$	0,25
	Từ $(x + y).35 = (x - y).210 \Rightarrow \frac{x+y}{210} = \frac{x-y}{35} \Rightarrow \frac{x+y}{210} = \frac{x-y}{35} = \frac{2x}{245} = \frac{2y}{175}$	0,5
	$\Rightarrow \frac{x}{7} = \frac{y}{5} \Rightarrow x = \frac{7y}{5}$ thay vào đẳng thức $(x + y).35 = 12. xy$ ta được	0,25
	$\Rightarrow y^2 - 5y = 0 \Rightarrow y(y - 5) = 0 \Rightarrow y \in \{0; 5\}$ mà $y > 0$ nên $y = 5$	0,25
	Với $y = 5$ thì $x = 7$ thoả mãn bài toán.	0,25
3 (4.0đ)	$b) M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$ $\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$	0,25
	Ta có : $\begin{cases} (2x-5)^{2018} \geq 0 \\ (3y+4)^{2020} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \geq 0$	0,5
	Mà $(2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \leq 0 \Rightarrow (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} = 0$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2018} = 0 \\ (3y+4)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$. Thay vào M ta được	0,25
	$M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = \frac{-1159}{36}$	0,25
	c) Tập hợp các kết quả có thể xảy ra đối với số ghi trên quả bóng khi lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp là: $\{1; 2; 3; \dots; 11; 12\}$, tập hợp này có 12 phần tử.	0,5
	4 kết quả có lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên quả bóng là số chia hết cho 3” là: 3; 6; 9; 12	0,25
	Vậy xác suất của biến cố “Số xuất hiện trên quả bóng là số chia hết cho 3” là $4/12 = 1/3$	0,25
4	1 (4,0 đ)	

(6,0đ)	Vẽ hình = 0,25 ; Ghi GT-KL = 0,25 	0,5
	a) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có : $AM = EM$ (gt) $\angle AMC = \angle EMB$ (đối đỉnh) $BM = MC$ (gt) $\Rightarrow \triangle AMC = \triangle EMB$ (c.g.c)	0,5
	$\Rightarrow AC = EB$ (Hai cạnh tương ứng)	0,25
	Vì $\triangle AMC = \triangle EMB \Rightarrow \angle MAC = \angle MEB$	0,25
	mà 2 góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow$ Suy ra $AC \parallel BE$.	0,25
	b) Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có : $AM = EM$ (gt) $\angle MAI = \angle MEK$ (vì $\triangle AMC = \triangle EMB$) $AI = EK$ (gt) $\Rightarrow \triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c)	0,5
	$\Rightarrow \angle AMI = \angle EMK$	0,25
	Mà $\angle AMI + \angle IME = 180^\circ$ (tính chất hai góc kề bù) $\Rightarrow \angle EMK + \angle IME = 180^\circ \Rightarrow$ Ba điểm I;M;K thẳng hàng	0,5
	c) Trong tam giác vuông BHE ($\angle H = 90^\circ$) có $\angle HBE = 50^\circ$ $\Rightarrow \angle HEB = 90^\circ - \angle HBE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$	0,5
	$\Rightarrow \angle HEM = \angle HEB - \angle MEB = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$	0,25
	$\angle BME$ là góc ngoài tại đỉnh M của $\triangle HEM$ $\Rightarrow \angle BME = \angle HEM + \angle MHE = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$	0,25
	2 (2,0 đ)	
	a) Đáy dưới ABCD, đáy trên A'B'C'D'	0,25
	các mặt bên AA'B'B; BB'C'C; CC'D'D; AA'D'D	0,25
	b) cạnh đáy AB; BC; CD; DA; A'B'; B'C'; C'D'; D'A'	0,25
	Cạnh bên AA'; BB'; CC'; DD'	0,25
	Đỉnh của hình lăng trụ: A; B; C; D; A'; B'; C'; D'	0,25
	c) Diện tích một đáy của hình lăng trụ đứng tứ giác là: $S = 40.40 = 1600 \text{ (cm}^2 \text{)}$	0,5
	Thể tích của hình lăng trụ đứng tứ giác là: $V = 1600. 50 = 80000 \text{ (cm}^3 \text{)}$	0,25
5 (1,0đ)	$B = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \frac{24}{25} + \dots + \frac{2499}{2500}$	
	$B = 49 - \left(1 - \frac{3}{4} + 1 - \frac{8}{9} + 1 - \frac{15}{16} + 1 - \frac{24}{25} + \dots + 1 - \frac{2499}{2500} \right)$	0,25

$B = 49 - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right) = 49 - M$ Trong đó $M = \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right)$	
Áp dụng tính chất $\frac{1}{(n+1)n} < \frac{1}{n^2} < \frac{1}{(n-1)n}$ Ta có: $\left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right) < \left(\frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{1}{3 \cdot 2} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 49} \right)$ $\Rightarrow M < 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} = 1 - \frac{1}{50} < 1$	0,25
$M > \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 51} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{50} - \frac{1}{51} = \frac{1}{2} - \frac{1}{51} = \frac{49}{102} > 0$	0,25
Từ đó suy ra $0 < M < 1 \Rightarrow B = 49 - M$ không phải là một số nguyên.	0,25

Chú ý:

1. Thí sinh có thể làm bài bằng cách khác, nếu đúng vẫn được điểm tối đa.
2. Nếu thí sinh chứng minh bài hình mà không vẽ hình thì không chấm điểm bài hình.
3. Chấm và cho điểm từng phần, điểm của toàn bài là tổng các điểm thành phần không làm tròn.