

Câu 1.

$$\begin{aligned} \text{a. } A &= \sqrt{50} + \sqrt{2} - 3\sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 25} + \sqrt{2 \cdot 16} - 3\sqrt{2 \cdot 9} \\ &= 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } B &= \left(\frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} - 2 \right) : \sqrt{x} \\ &= \frac{x + 2\sqrt{x} + x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{2x}{x} = 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{x^2 - 2x + 1} &= 3 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2} = 3 \Leftrightarrow |x-1| = 3 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=3 \\ x-1=-3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy pt có nghiệm $x=4$; $x=-2$.

Câu 2.

$$\text{a) } 8x^2 - 7x + 4 = 0.$$

$$\text{Có: } a+b+c = 3-7+4=0, \text{ pt có 2 nghiệm } x_1=1; x_2=\frac{c}{a}=\frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy pt có 2 nghiệm: } x=1; x=\frac{4}{3}.$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x+y=9 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=10 \\ y=-3x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=+3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy hệ có nghiệm } x=2, y=3$$

$$\text{c) } x^2 - 2x + m + 3 = 0.$$

$$\Delta' = 1 - (m+3) = -m-2.$$

$$\text{Để pt có 2 nghiệm phân biệt thì } \Delta' > 0 \Leftrightarrow -m-2 > 0 \Leftrightarrow m < -2.$$

$$\text{Theo Vi-ét: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m+3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = -4 \Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) = -4$$

$$\Leftrightarrow (m+3) \cdot 2 = -4 \Leftrightarrow m+3 = -2 \Leftrightarrow m = -5. \quad (f/m)$$

Vậy $m = -5$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3.

a) Bảng giá trị của (P):

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

Bảng giá trị của (d):

x	0	2
y	4	0

b) Vẽ hình hoành đồ giao điểm của (P) và (d):

$$2x^2 = -2x + 4$$

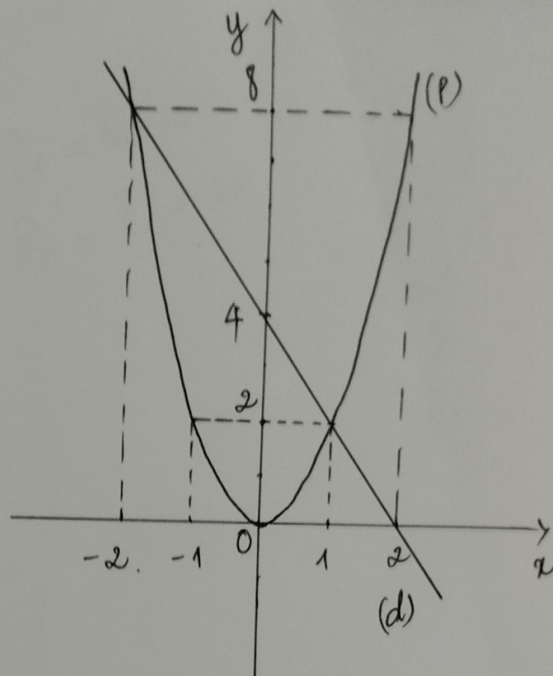
$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = -2 \Rightarrow y = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = -2 \Rightarrow y = 8 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là:
(1; 2) và (-2; 8)



Câu 4

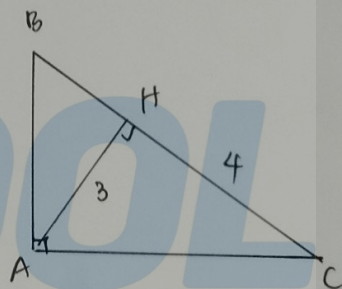
a) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC:

$$AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow BH = \frac{AH^2}{HC} = \frac{3^2}{4} = 2,25 \text{ (cm)}$$

Theo định lý Pi-ta goi: $AC^2 = AH^2 + HC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

$$\Rightarrow AC = 5 \text{ (cm)}$$

$$\tan \hat{C} = \frac{AH}{HC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \hat{C} \approx 37^\circ$$



b) Ta có: DC = BO = 60 (m).

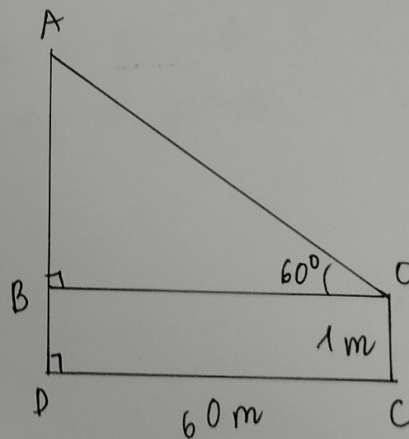
Xét Δ vuông ABO có:

$$AB = BO \cdot \tan \hat{AOB} = 60 \cdot \tan 60^\circ = 60\sqrt{3} \text{ (m)}$$

Chiều cao tòa tháp là:

$$AD = AB + BD = 60\sqrt{3} + 1 \approx 105 \text{ (m)}$$

Vậy chiều cao tòa tháp là: 105 m.

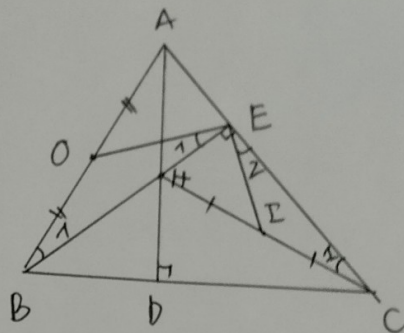


Câu 5.

a) $BE \perp AC \Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ$
 $AD \perp BC \Rightarrow \widehat{ADC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BEC} + \widehat{ADC} = 180^\circ$

$\Rightarrow$ Tứ giác CDHE nội tiếp



b) Xét hai tam giác vuông ~~ADC và B~~
 AHE và BHD có:

$\widehat{AHE} = \widehat{BHD}$ (đối đỉnh)

$\widehat{AEH} = \widehat{BDH} = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle AHE \sim \triangle BHD$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{HE}{HD} \Leftrightarrow AH \cdot HD = BH \cdot HE$

c) Tứ giác CDHE nội tiếp đường tròn đường kính HC.

~~Center I là trung~~ $\Rightarrow$ Tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDHE (chấm I) là trung điểm HC.

Center O là tâm đường tròn đường kính AB $\Rightarrow$ O là trung điểm của AB.

$\Rightarrow$ Để chứng minh IE là tiếp tuyến của (O), ta cần chứng minh $IE \perp OE$.

Ta có: OE là trung tuyến của $\triangle$ vuông ABE

$\Rightarrow OE = OA = OB = \frac{1}{2}AB \Rightarrow \triangle OBE$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{B}_1$ (1).

Hoàn chứng minh tương tự ta có: $\triangle EIC$ cân tại I $\Rightarrow \widehat{E}_2 = \widehat{C}_1$ (2).

H là giao điểm của 2 đường cao AD và BE

$\Rightarrow H$ là trực tâm $\triangle ABC \Rightarrow CH \perp AB$.

$\Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$ (cùng phụ $\widehat{BAC}$) (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2$.

$\Rightarrow \widehat{E}_1 + \widehat{HEI} = \widehat{E}_2 + \widehat{HEI}$.

$\Rightarrow \widehat{OEI} = \widehat{HEC} = 90^\circ$.

$\Rightarrow IE \perp OE$. (đpcm).

3

Câu 6.

$$x + y + 2 = 0 \Rightarrow y = -2 - x$$

Thay vào A được,

$$\begin{aligned} A &= 3x^2 + 3(-2-x)^2 + 10x(-2-x) \\ &= 3x^2 + 3(x^2 + 4x + 4) - 20x - 10x^2 \\ &= -4x^2 - 8x + 12 \\ &= -4(x^2 + 2x + 1) + 16 \\ &= -4(x+1)^2 + 16 \end{aligned}$$

$$\text{Vì } (x+1)^2 \geq 0 \quad \forall x \Rightarrow -4(x+1)^2 \leq 0 \quad \forall x \Rightarrow A \leq 16.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra } (\Rightarrow x+1=0) \Rightarrow x=-1 \Rightarrow y=-1.$$

Vậy giá trị lớn nhất của A là 16 khi $x=-1, y=-1$.

4