

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

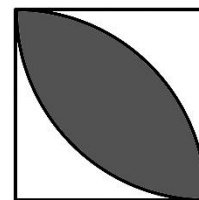
Câu 1. (6 điểm) Giải phương trình:

a. $\sin x = 2\cos^3 x$

b. $\cot x + \sin x \cdot \left(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{2}\right) = 4$

Câu 2. (2 điểm) Tìm GTLN, GTNN của hàm số:

$$y = \sqrt{3} \sin x - \cos x + 2022$$

Câu 3. (2 điểm) Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?**Câu 4.** (4 điểm) Một viên gạch hình vuông có cạnh là 30 cm được thiết kế như hình vẽ. Người ta dựng một cung tròn có tâm là một đỉnh của viên gạch với bán kính 30 cm, sau đó dựng thêm một cung tròn nữa như vậy nhưng có tâm là đỉnh đối diện với đỉnh trên. Em hãy tính diện tích phần giao nhau của hai cung tròn đó.**Câu 5.** (4 điểm)

Bảng giá cước xe taxi Mai Linh loại xe Kia Morning như sau: 10 ngàn đồng cho 0,6 km đầu tiên, 13 ngàn đồng/km cho đoạn tiếp theo nếu quãng đường đi hơn 0,6 km nhưng không quá 25 km và 11 ngàn đồng/km cho đoạn tiếp theo nếu quãng đường đi trên 25 km.

a. Hãy thiết lập hàm số $f(x)$ biểu thị giá tiền (ngàn đồng) phải trả cho x km di chuyển.b. Vẽ đồ thị hàm số $f(x)$ với $0 < x \leq 50$.

c. Tìm quãng đường đi được nếu số tiền xe là 371 200 đồng.

Câu 6. (2 điểm) Một nhóm bạn gồm có 3 thành viên: An, Bình, Chi. Mỗi bạn học giỏi hai trong sáu môn: Toán, Văn, Anh, Lí, Hóa, Sinh. Người ta biết về các bạn trên như sau:

- Bạn giỏi Văn và bạn giỏi Sinh là hàng xóm của nhau.
 - An trẻ nhất trong 3 bạn.
 - Bạn Bình, bạn giỏi Toán và bạn giỏi Sinh thường đi cùng với nhau trên đường về nhà.
 - Bạn giỏi Toán nhiều tuổi hơn bạn giỏi Anh.
 - Bạn giỏi Hóa, bạn giỏi Anh và bạn An khi rảnh rỗi thường hay đi chơi bóng chuyền với một bạn thứ 4.
- Em hãy cho biết mỗi bạn giỏi những môn nào và giải thích.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. (6 điểm) Giải phương trình:

a. $\sin x = 2 \cos^3 x$

b. $\cot x + \sin x \cdot \left(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{2}\right) = 4$

a. $\sin x = 2 \cos^3 x \quad (1)$

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -1 \end{cases} \text{ Không thỏa mãn phương trình } \Rightarrow \cos x \neq 0$$

Chia 2 vế của phương trình cho $\cos x$

$$(1) \Leftrightarrow \tan x = \frac{2}{1 + \tan^2 x} \Leftrightarrow \tan^3 x + \tan x - 2 = 0 \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

1 điểm

2 điểm

b. $\cot x + \sin x \cdot \left(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{2}\right) = 4 \quad (2)$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \cos \frac{x}{2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} \\ x \neq \pi + k2\pi \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \sin x \left(1 + \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}\right) = 4 \Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \sin x \left(\frac{\cos x \cdot \cos \frac{x}{2} + \sin x \cdot \sin \frac{x}{2}}{\cos x \cdot \cos \frac{x}{2}}\right) = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} = 4 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

1 điểm

1 điểm

1 điểm

Câu 2. (2 điểm) Tìm GTLN, GTNN của hàm số:

$$y = \sqrt{3} \sin x - \cos x + 2022$$

$$y = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x \right) + 2022$$

$$= 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + 2022$$

$$2020 \leq 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + 2022 \leq 2024$$

$$\max y = 2024 \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$$

$$\min y = 2020 \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k2$$

1 điểm

0.5 điểm

0.5 điểm

Câu 3. (2 điểm) Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?

Gọi số tự nhiên đề bài yêu cầu là \overline{abcd}

TH1: $d = 0$

a: có 9 cách chọn

b: có 8 cách chọn

c: có 7 cách chọn

d: có 1 cách chọn

Vậy có 952 số thỏa yêu cầu.

TH2: $d = 5$

a: có 8 cách chọn

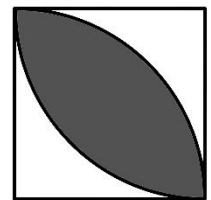
b: có 8 cách chọn

c: có 7 cách chọn

d: có 1 cách chọn

Mỗi TH
1 điểm

Câu 4. (4 điểm) Một viên gạch hình vuông có cạnh là 30 cm được thiết kế như hình vẽ. Người ta dựng một cung tròn có tâm là một đỉnh của viên gạch với bán kính 30 cm, sau đó dựng thêm một cung tròn nữa như vậy nhưng có tâm là đỉnh đối diện với đỉnh trên. Em hãy tính diện tích phần giao nhau của hai cung tròn đó.



$$S_{\text{hình quạt}} = S_{hq}$$

$$S_{\text{tam giác}} = S_{\Delta}$$

$$S = 2(S_{hq} - S_{\Delta})$$

$$S = 2(225\pi - 450) \approx 531,8 \text{ cm}^2$$

1 điểm

1 điểm

1 điểm

1 điểm

Câu 5. (4 điểm)

Bảng giá cước xe taxi Mai Linh loại xe Kia Morning như sau: 10 ngàn đồng cho 0,6 km đầu tiên, 13 ngàn đồng/km cho đoạn tiếp theo nếu quãng đường đi hơn 0,6 km nhưng không quá 25 km và 11 ngàn đồng/km cho đoạn tiếp theo nếu quãng đường đi trên 25 km.

- Hãy thiết lập hàm số $f(x)$ biểu thị giá tiền (ngàn đồng) phải trả cho x km di chuyển.
- Vẽ đồ thị hàm số $f(x)$ với $0 < x \leq 50$.
- Tìm quãng đường đi được nếu số tiền xe là 371 200 đồng.

a.

$$f(x) = \begin{cases} 10 & 0 < x \leq 0.6 \\ 10 + 13(x - 0.6) & 0.6 < x \leq 25 \\ 10 + 13(25 - 0.6) + 11(x - 25) & x > 25 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 10 & 0 < x \leq 0.6 \\ 13x + 2.2 & 0.6 < x \leq 25 \\ 11x + 52.2 & x > 25 \end{cases}$$

b. Vẽ đồ thị

$$c. f(x) = 371.2 \Leftrightarrow 11x + 52.2 = 371.2 \Leftrightarrow x = 29$$

2 điểm

1 điểm

1 điểm

Câu 6. (2 điểm) Một nhóm bạn gồm có 3 thành viên: An, Bình, Chi. Mỗi bạn học giỏi hai trong sáu môn:

Toán, Văn, Anh, Lí, Hóa, Sinh. Người ta biết về các bạn trên như sau:

- Bạn giỏi Văn và bạn giỏi Sinh là hàng xóm của nhau.
- An trẻ nhất trong 3 bạn.
- Bạn Bình, bạn giỏi Toán và bạn giỏi Sinh thường đi cùng với nhau trên đường về nhà.
- Bạn giỏi Toán nhiều tuổi hơn bạn giỏi Anh.
- Bạn giỏi Hóa, bạn giỏi Anh và bạn An khi rảnh rỗi thường hay đi chơi bóng chuyền với một bạn thứ 4.

Em hãy cho biết mỗi bạn giỏi những môn nào và giải thích.

- An trẻ nhất trong 3 bạn và bạn giỏi Toán nhiều tuổi hơn bạn giỏi Anh nên An không thể giỏi Toán.
- Bạn Bình, bạn giỏi Toán và bạn giỏi Sinh thường đi cùng với nhau trên đường về nhà nên An giỏi Sinh.

<ul style="list-style-type: none"> • Bạn giỏi Hóa, bạn giỏi Anh và bạn An khi rảnh rỗi thường hay đi chơi bóng chuyền với một bạn thứ 4. Nên An không giỏi Hóa và Anh. • Bạn giỏi Văn và bạn giỏi Sinh là hàng xóm của nhau. Nên An không giỏi Văn Vậy An giỏi Lí và Sinh. • Bạn Bình, bạn giỏi Toán và bạn giỏi Sinh thường đi cùng với nhau trên đường về nhà. Vậy Chi giỏi Toán Vì An đã giỏi Lí và Sinh nên Chi không giỏi Lí và Sinh Bạn giỏi Toán nhiều tuổi hơn bạn giỏi Anh mà Chi đã giỏi Toán nên không giỏi Anh. Vậy Bình giỏi Anh Bạn giỏi Hóa, bạn giỏi Anh và bạn An khi rảnh rỗi thường hay đi chơi bóng chuyền với một bạn thứ 4. Vậy Chi là người giỏi Hóa 	<p>1 điểm</p>
<p>Vậy Chi giỏi Toán Hóa Còn Bình giỏi Văn Anh</p>	<p>1 điểm</p>