

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 21/02/2023

Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)
(Đề thi này có 05 câu, 01 trang)

Câu 1: (4.0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$

1. Rút gọn biểu thức A;
2. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Câu 2: (4.0 điểm)

1. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 6$

Tính giá trị của biểu thức $P = x^{2021} + y^{2022} + z^{2023}$

2. Giải phương trình: $\frac{x^2 + 4x + 6}{x+2} + \frac{x^2 + 16x + 72}{x+8} = \frac{x^2 + 8x + 20}{x+4} + \frac{x^2 + 12x + 42}{x+6}$

Câu 3: (4.0 điểm)

1. Cho a, b, c là các số nguyên. Chứng minh rằng: $a^5 + b^5 + c^5 - (a+b+c)$ chia hết cho 30;

2. Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2 + xy - 2021x - 2022y - 2023 = 0$.

Câu 4: (6.0 điểm)

Cho tứ giác ABCD có $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ và $AB > AD$, lấy điểm M trên cạnh AB sao cho $AM = AD$. Đường thẳng DM cắt BC tại N. Gọi H là hình chiếu của D trên AC, K là hình chiếu của C trên AN. Chứng minh rằng:

1. Chứng minh rằng: $AM^2 = AH.AC$;
2. Chứng minh rằng $\widehat{AHM} = \widehat{AMC}$ và tam giác CDN là tam giác cân;
3. Chứng minh rằng: $\widehat{MHN} = \widehat{MCK}$.

Câu 5: (2.0 điểm) Cho a, b, c là ba cạnh tam giác. Chứng minh

$$a \left(\frac{1}{3a+b} + \frac{1}{3a+c} + \frac{2}{2a+b+c} \right) + \frac{b}{3a+c} + \frac{c}{3a+b} < 2$$

.....Hết.....