

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $E = 3\sqrt{5} - \sqrt{20} + \sqrt{5}$.

b) Giải phương trình: $x^2 + 4x + 3 = 0$.

c) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+1}{1-\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $A \geq 0$.

Câu 3. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là đường parabol (P) và hàm số $y = 4mx + 5$ có đồ thị là đường thẳng (d) , với m là tham số.

a) Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) và đường thẳng (Δ) song song với nhau, với (Δ) là đồ thị của hàm số $y = (5-m)x - 3$.

b) Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 4mx_2 = 105$.

Câu 4. (1,0 điểm) Một khu vườn hình chữ nhật có chiều rộng ngắn hơn chiều dài 45m. Tính diện tích của khu vườn, biết rằng nếu chiều dài giảm 2 lần và chiều rộng tăng 3 lần thì chu vi khu vườn không thay đổi.

Câu 5. (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Gọi M là điểm chính giữa cung AB , E là điểm trên cung AM (E khác A và M). Lấy điểm F trên đoạn BE sao cho $BF = AE$. Gọi K là giao điểm của MO và BE .

a) Chứng minh rằng $EAOK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $\triangle EMF$ vuông cân.

c) Hai đường thẳng AE và OM cắt nhau tại D . Chứng minh rằng $MK \cdot ED = MD \cdot EK$.

Câu 6. (0,5 điểm) Bút chì có dạng hình trụ, có đường kính đáy 8mm và chiều cao bằng 180mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ, phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng hình trụ có chiều cao bằng chiều dài bút và đáy là hình tròn có đường kính 2mm. Tính thể tích phần gỗ của 2024 chiếc bút chì (lấy $\pi = 3,14$).

Câu 7. (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thay đổi và thỏa mãn điều kiện $a + 9b + 6c = 2023$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{3a^2 + 63ab + 243b^2} + \sqrt{243b^2 + 378bc + 108c^2} + \sqrt{108c^2 + 42ca + 3a^2}.$$

HẾT

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Phòng thi:

Họ và tên của cán bộ coi thi 1: Họ và tên của cán bộ coi thi 2: