

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,5 điểm)

a) Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{36} - \sqrt{4}$$

$$B = \sqrt{(4 - \sqrt{15})^2} + \sqrt{15}$$

$$C = \frac{\sqrt{12} + \sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$

b) Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{x-9} \right) : \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+3}$, với $x \geq 0$; $x \neq 9$.

1) Rút gọn biểu thức P .

2) Tìm giá trị của x để $P = \frac{1}{2}$.

Câu 2 (1,0 điểm)

a) Vẽ đường thẳng $(d): y = 3x - 2$.

b) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $(P): y = x^2$ với đường thẳng $(d): y = 3x - 2$.

Câu 3 (2,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$.

b) Giải phương trình $x^2 - 9x + 14 = 0$.

c) Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + m - 3 = 0$ (*), với m là tham số.

1) Chứng minh rằng phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

2) Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 > 5$.

Câu 4 (3,5 điểm). Cho tam giác ABC không cân và có ba góc nhọn. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H (với $D \in BC, E \in CA, F \in AB$).

a) Chứng minh rằng tứ giác $AFHE$ nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $\triangle EAD \sim \triangle EFC$.

c) Kẻ DE cắt đường tròn đường kính AC tại M ($M \neq D$); DF cắt đường tròn đường kính AB tại N ($N \neq D$). Gọi $K = FM \cap EN$. Chứng minh rằng $AF = AM$ và đường thẳng EF đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK .

Câu 5 (0,5 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^3}{a^2+b} + \frac{b^3}{b^2+c} + \frac{c^3}{c^2+a} \geq \frac{3}{2}.$$