

Câu 1 (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\sqrt{4x^2 - 4x + 9} = 3$

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2y - x = 0 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Cho hai đường thẳng $(d_1): y = 2x - 5$ và $(d_2): y = 4x - m$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm trên trục hoành Ox .

2) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} + \frac{2x}{9 - x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 3\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0, x \neq 9, x \neq 25$.

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong 360 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng đã may được nhiều hơn 4 bộ quần áo so với số bộ quần áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế xưởng đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu bộ quần áo?

2) Cho phương trình: $x^2 - (2m + 1)x - 3 = 0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Tìm các giá trị của m sao cho $|x_1| - |x_2| = 5$ và $x_1 < x_2$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AO chứa điểm B vẽ cát tuyến AMN với đường tròn (O) ($AM < AN$, MN không đi qua O). Gọi I là trung điểm của MN .

1) Chứng minh: Tứ giác $AIOC$ là tứ giác nội tiếp.

2) Gọi H là giao điểm của AO và BC . Chứng minh: $AH \cdot AO = AM \cdot AN$ và tứ giác $MNOH$ là tứ giác nội tiếp.

3) Qua M kẻ đường thẳng song song với BN , cắt AB và BC theo thứ tự tại E và F . Chứng minh rằng M là trung điểm của EF .

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện: $a + b + c = 2019$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2}$.

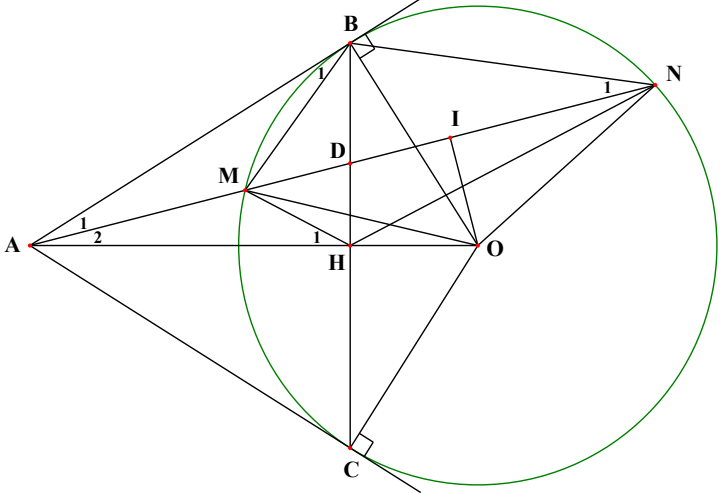
----- **Hết** -----

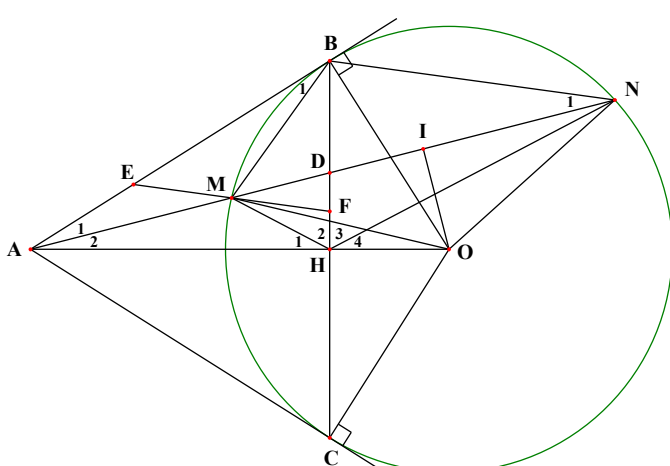
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ kí của giám thị số 1: Chữ kí của giám thị số 2:

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0đ)	1)	$\sqrt{4x^2 - 4x + 9} = 3 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 9 = 9 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x = 0$ $\Leftrightarrow 4x(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$ <p>Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; 1\}$.</p>	1.0
	2)	$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2y - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y - y = 5 \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ <p>Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (2; 1)$.</p>	1.0
Câu 2 (2,0đ)	1)	<p>Thay $y = 0$ vào phương trình $y = 2x - 5$ được: $2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 2,5$ (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm trên trục hoành Ox $\Leftrightarrow (d_2)$ đi qua điểm $(2,5; 0)$ $\Leftrightarrow 4 \cdot 2,5 - m = 0$ $\Leftrightarrow m = 10$ Vậy $m = 10$ là giá trị cần tìm.</p>	1.0
	2)	$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} + \frac{2x}{9 - x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 3\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ $= \frac{\sqrt{x}(3 - \sqrt{x}) + 2x}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} : \frac{\sqrt{x} - 1 - 2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}$ $= \frac{3\sqrt{x} - x + 2x}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} : \frac{\sqrt{x} - 1 - 2\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}$ $= \frac{3\sqrt{x} + x}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} : \frac{5 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}$ $= \frac{\sqrt{x}(3 + \sqrt{x})}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(3 - \sqrt{x})}{\sqrt{x} - 5}$ $= \frac{x}{\sqrt{x} - 5}$ <p>Vậy $P = \frac{x}{\sqrt{x} - 5}$ với $x > 0, x \neq 9, x \neq 25$</p>	1.0
Câu 3 (2,0đ)	1)	<p>Gọi số bộ quần áo mỗi ngày xưởng phải may theo kế hoạch là x ĐK: $x \in \mathbb{N}^*$.</p> <p>Thời gian may xong 360 bộ quần áo theo kế hoạch là $\frac{360}{x}$ (ngày) Thực tế, mỗi ngày xưởng may được $x + 4$ bộ quần áo Thời gian may xong 360 bộ quần áo theo thực tế là $\frac{360}{x + 4}$ (ngày)</p>	1.0

	<p>Vì xưởng đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày nên ta có phương trình:</p> $\frac{360}{x} - \frac{360}{x+4} = 1$ $\Leftrightarrow \frac{360(x+4) - 360x}{x(x+4)} = 1$ $\Rightarrow 360x + 1440 - 360x = x^2 + 4x$ $\Leftrightarrow x^2 + 4x - 1440 = 0$ <p>Giải phương trình được: $x_1 = 36$ (thỏa mãn ĐK) $x_2 = -40$ (loại)</p> <p>Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may 36 bộ quần áo.</p>	
2)	<p>Vì $a = 1, c = -3$ trái dấu \Rightarrow Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m</p> <p>Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 & (1) \\ x_1 x_2 = -3 & (2) \end{cases}$</p> <p>Từ (2) $\Rightarrow x_1$ và x_2 trái dấu Mà $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 < 0 < x_2$ $\Rightarrow x_1 = -x_1; x_2 = x_2$</p> <p>Do đó: $x_1 - x_2 = 5 \Leftrightarrow -x_1 - x_2 = 5 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -5 \quad (3)$</p> <p>Từ (1) và (3) $\Rightarrow 2m + 1 = -5 \Leftrightarrow m = -3$ Vậy $m = -3$ là giá trị cần tìm.</p> <p>Chú ý: Nếu bình phương 2 vế của đẳng thức $x_1 - x_2 = 5$ để tìm m thì phải thử lại. Phần này tương tự câu III.2b) đề tuyển sinh Hà Nội 2017-2018.</p>	1.0
<p>Câu 4 (3,0đ)</p>		0.25
1)	<p>Vì $IM = IN$ (GT) $\Rightarrow OI \perp MN$ (liên hệ đường kính và dây) $\Rightarrow \widehat{AIO} = 90^\circ$</p> <p>Lại có $\widehat{ACO} = 90^\circ$ (AC là tiếp tuyến của (O)) Tứ giác AIOC có: $\widehat{AIO} + \widehat{ACO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ \Rightarrow AIOC là tứ giác nội tiếp.</p>	0.75

	<p>(O) có: \widehat{B}_1 là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung MB \widehat{N}_1 là góc nội tiếp chắn cung MB $\Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{N}_1$ ΔABM và ΔANB có: \widehat{A}_1 chung ; $\widehat{B}_1 = \widehat{N}_1$ $\Rightarrow \Delta ABM \simeq \Delta ANB$ (g-g) $\Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow AB^2 = AM \cdot AN$ (1) Ta có: $AB = AC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) $OB = OC (= R)$ $\Rightarrow AO$ là đường trung trực của BC $\Rightarrow BH \perp AO$ 2) ΔABO vuông tại B (vì AB là tiếp tuyến của (O)), có BH là đường cao $\Rightarrow AB^2 = AH \cdot AO$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \cdot AO = AM \cdot AN$</p>	0.5
	<p>$AH \cdot AO = AM \cdot AN \Rightarrow \frac{AH}{AN} = \frac{AM}{AO}$ ΔAHM và ΔANO có: \widehat{A}_2 chung ; $\frac{AH}{AN} = \frac{AM}{AO}$ $\Rightarrow \Delta AHM \simeq \Delta ANO$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{ANO}$ Tứ giác $MNOH$ có $\widehat{H}_1 = \widehat{ANO}$ $\Rightarrow MNOH$ là tứ giác nội tiếp. Nhận xét: Kết quả trên là một bài toán cơ bản và được khai thác nhiều.</p>	0.5
3)	<p><u>Cách 1:</u></p>  <p>Gọi D là giao điểm của AN và BC $MNOH$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{OMN} = \widehat{H}_4$ ΔOMN cân tại O (vì $OM = ON = R$) $\Rightarrow \widehat{OMN} = \widehat{ONM} \Rightarrow \widehat{H}_4 = \widehat{ONM}$ Mà $\widehat{H}_1 = \widehat{ONM}$ (theo phần 2) $\Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{H}_4$ Mặt khác: $\widehat{H}_1 + \widehat{H}_2 = \widehat{H}_3 + \widehat{H}_4 = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{H}_2 = \widehat{H}_3$</p>	1.0

\Rightarrow HD là đường phân giác trong của ΔHMN

Lại có $HA \perp HD$

\Rightarrow HA là đường phân giác ngoài của ΔHMN

Áp dụng tính chất đường phân giác của tam giác, ta có:

$$\frac{DM}{DN} = \frac{HM}{HN} \text{ và } \frac{AM}{AN} = \frac{HM}{HN} \Rightarrow \frac{DM}{DN} = \frac{AM}{AN} \quad (3)$$

Áp dụng hệ quả của định lý Ta-lét, ta có:

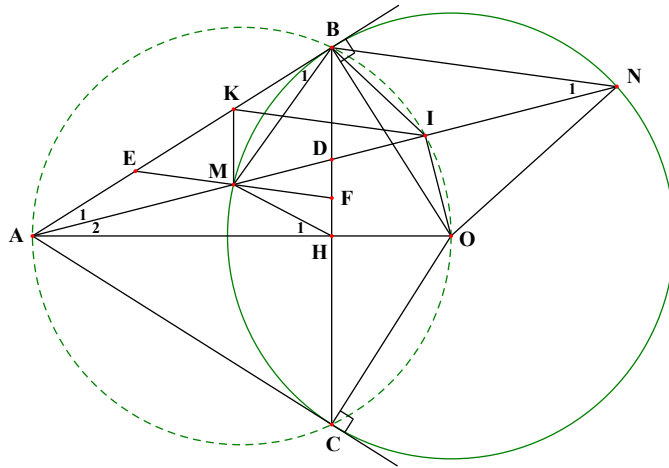
$$\Delta ABN \text{ có } ME \parallel BN \Rightarrow \frac{ME}{BN} = \frac{AM}{AN} \quad (4)$$

$$\Delta DBN \text{ có } MF \parallel BN \Rightarrow \frac{MF}{BN} = \frac{DM}{DN} \quad (5)$$

$$\text{Từ (3), (4), (5)} \Rightarrow \frac{ME}{BN} = \frac{MF}{BN} \Rightarrow ME = MF$$

Vậy M là trung điểm của EF.

Cách 2:



ΔAHD và ΔAIO có: \widehat{A}_2 chung; $\widehat{AHD} = \widehat{AIO} = 90^\circ$

$\Rightarrow \Delta AHD \simeq \Delta AIO$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AH}{AI} = \frac{AD}{AO} \Rightarrow AH \cdot AO = AI \cdot AD$$

Lại có $AH \cdot AO = AM \cdot AN$

$$\Rightarrow AM \cdot AN = AI \cdot AD \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{AI}{AN}$$

Vì $ME \parallel BN$ nên tứ giác MEBN là hình thang

Gọi K là trung điểm của EB

$\Rightarrow IK$ là đường trung bình của hình thang MEBN

$\Rightarrow KI \parallel BN$

$$\Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{AI}{AN} \text{ (hệ quả của định lý Ta-lét)}$$

$$\Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{AM}{AD} \left(\text{do } \frac{AM}{AD} = \frac{AI}{AN} \right)$$

$\Rightarrow KM \parallel BD$ (định lý Ta-lét đảo)

ΔEBF có $KE = KB$ và $KM \parallel BF$

$\Rightarrow ME = MF$ (đpcm).

<p>Câu 5 (1,0đ)</p>	<p>Ta có:</p> $2a^2 + ab + 2b^2 = \frac{5}{4}(a+b)^2 + \frac{3}{4}(a-b)^2 \geq \frac{5}{4}(a+b)^2$ $\Rightarrow \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b)$ <p>Tương tự:</p> $\sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c) ; \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a)$ $\Rightarrow P \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b) + \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c) + \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a) = \sqrt{5}(a+b+c)$ $\Rightarrow P \geq 2019\sqrt{5}$ <p>Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = \frac{2019}{3} = 673$</p> <p>Vậy $\min P = 2019\sqrt{5} \Leftrightarrow a = b = c = 673$</p> <p>Nhận xét: Câu 5 năm nay tương đối “mềm” nếu so với câu 5 trong các đề tuyển sinh Hải Dương từ năm học 2015-2016 đến nay. Theo tôi, mức độ này là phù hợp với HS đại trà.</p>	<p>1.0</p>
----------------------------	--	------------

Thầy Nguyễn Mạnh Tuấn
Trường THCS Cẩm Hoàng – Cẩm Giàng – Hải Dương