

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Giải các phương trình sau:

a) $|x - 1| = 8$

b) $x(2 + x) - 3 = 0$

2) Cho phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$. Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình. Hãy tính giá trị biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x + 3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) : \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x + 3\sqrt{x}} \right)$, (với $x > 0$).

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 4)$ và song song với đường thẳng $y = 2x - 1$.

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Một đoàn xe nhận chở 480 tấn hàng. Khi sắp khởi hành, đoàn có thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 8 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu chiếc? Biết rằng các xe chở khối lượng hàng bằng nhau.

2) Cho hệ phương trình với tham số m :
$$\begin{cases} (m + 1)x - y = 3 \\ mx + y = m \end{cases}$$

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 + y_0 > 0$.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Gọi D, E, F là chân các đường cao lần lượt thuộc các cạnh BC, CA, AB và H là trực tâm của ΔABC . Vẽ đường kính AK .

a) Chứng minh tứ giác BHCK là hình bình hành;

b) Trong trường hợp ΔABC không cân, gọi M là trung điểm của BC . Hãy chứng minh FC là phân giác của \widehat{DFE} và bốn điểm M, D, F, E cùng nằm trên một đường tròn;

c) Khi BC và đường tròn $(O; R)$ cố định, điểm A thay đổi trên đường tròn sao cho ΔABC luôn nhọn, đặt $BC = a$. Tìm vị trí của điểm A để tổng $P = DE + EF + DF$ lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó theo a và R .

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$.

Chứng minh rằng:
$$\frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2}$$

----- Hết -----

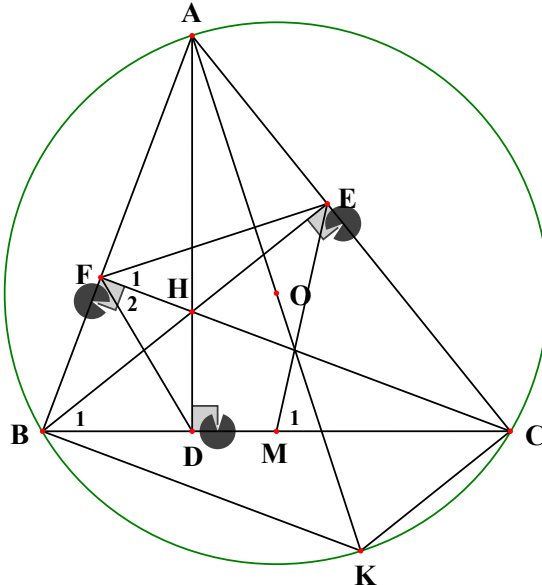
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

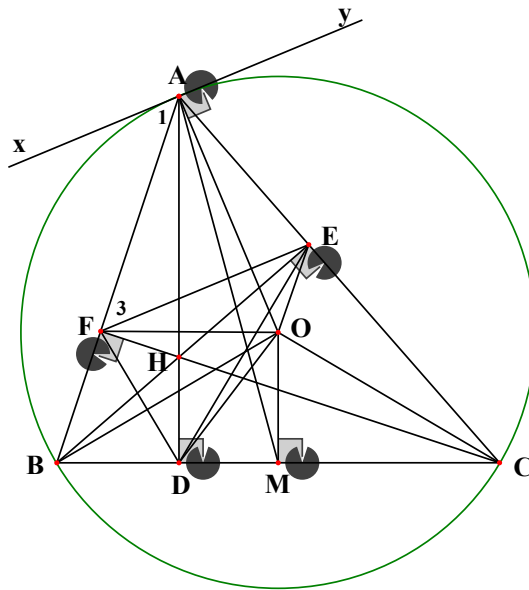
Giám thị coi thi số 1: Giám thị coi thi số 2:

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0đ)	1a)	$ x - 1 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 8 \\ x - 1 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -7 \end{cases}$ Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{9; -7\}$	0.75
	1b)	$x(2 + x) - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$ Xét $a = b + c = 1 + 2 - 3 = 0$ \Rightarrow Phương trình có 2 nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = -3$.	0.50
	2)	Phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ Xét $\Delta = (-3)^2 - 4.1.1 = 5 > 0$ \Rightarrow Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$ Ta có: $A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3^2 - 2.1 = 7$	0.75
Câu 2 (2,0đ)	a)	$A = \left(\frac{x}{x + 3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) : \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x + 3\sqrt{x}} \right)$ $= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) : \frac{x + 3\sqrt{x} - 2(\sqrt{x} + 3) + 6}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)}$ $= \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3} : \frac{x + 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - 6 + 6}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)}$ $= \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3} : \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)}$ $= \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$ $= 1$ Vậy $A = 1$ với $x > 0$.	1.00
	b)	Gọi (d) là đường thẳng cần tìm. Vì (d) song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ nên (d): $y = 2x + b$ ($b \neq -1$) Vì (d) đi qua điểm $M(-1; 4)$ nên: $2.(-1) + b = 4 \Leftrightarrow b = 6$ (TM) Vậy (d): $y = 2x + 6$.	1.00
Câu 3 (2,0đ)	a)	Gọi số xe cần tìm là x (chiếc). ĐK: $x \in \mathbb{N}^*$. \Rightarrow Số xe tham gia chờ hàng là $x + 3$ (chiếc) Dự định, mỗi xe chở $\frac{480}{x}$ (tấn hàng) Thực tế, mỗi xe chở $\frac{480}{x + 3}$ (tấn hàng). Theo đề bài ta có phương trình:	1.00

	$\frac{480}{x} - \frac{480}{x+3} = 8$ $\Leftrightarrow \frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1$ $\Rightarrow 60(x+3-x) = x(x+3)$ $\Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ (TM)} \\ x = -15 \text{ (KTM)} \end{cases}$ <p>Vậy lúc đầu đoàn xe có 12 chiếc.</p>	
b)	$\begin{cases} (m+1)x - y = 3 \\ mx + y = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m+1)x = m+3 & (1) \\ mx + y = m & (2) \end{cases}$ <p>Hệ có nghiệm duy nhất \Leftrightarrow Phương trình (1) có nghiệm duy nhất</p> $\Leftrightarrow 2m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{1}{2}$ <p>Khi đó: (1) $\Rightarrow x = \frac{m+3}{2m+1}$</p> <p>Thay vào (2) được: $\frac{m^2+3m}{2m+1} + y = m \Leftrightarrow y = \frac{m^2-2m}{2m+1}$</p> <p>Xét $x+y = \frac{m+3}{2m+1} + \frac{m^2-2m}{2m+1} = \frac{m^2-m+3}{2m+1}$</p> <p>Mà $m^2-m+3 = \left(m-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \forall m$</p> <p>Do đó: $x+y > 0 \Leftrightarrow 2m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$</p> <p>Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow m > -\frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm.</p>	1.00

		0.25
Câu 4 (3,0đ)	<p>a) Ta có: $\widehat{ABK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AB \perp BK$ Lại có $AB \perp CH$ (GT) $\Rightarrow BK \parallel CH$ (1) Chứng minh tương tự được $CK \parallel BH$ (2) Từ (1) và (2) \Rightarrow Tứ giác BHCK là hình bình hành.</p>	0.75
	<p>Tứ giác BCEF có: $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$ (GT) \Rightarrow BCEF là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{B}_1$ (3) Tứ giác BFHD có: $\widehat{BFH} + \widehat{BDH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ \Rightarrow BFHD là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \hat{F}_2 = \hat{B}_1$ (4) Từ (3) và (4) $\Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{F}_2$ \Rightarrow FC là tia phân giác của \widehat{DFE}</p>	0.50
	<p>b) Không mất tính tổng quát, giả sử $AB < AC$. ΔBEC vuông tại E, có đường trung tuyến EM $\Rightarrow ME = MB = MC = \frac{BC}{2}$ $\Rightarrow \Delta MBE$ cân tại M $\Rightarrow \hat{M}_1 = 2\hat{F}_1$ (tính chất góc ngoài của tam giác cân) Lại có $\widehat{DFE} = 2\hat{F}_1$ $\Rightarrow \hat{M}_1 = \widehat{DFE}$ \Rightarrow Tứ giác MDFE nội tiếp, hay bốn điểm M, D, F, E cùng nằm trên một đường tròn.</p>	0.50



Qua A, vẽ tiếp tuyến xy của (O)

Có BCEF là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{F}_3 = \widehat{ACB} (= 180^\circ - \widehat{BFE})$

Lại có $\widehat{A}_1 = \widehat{ACB} \left(= \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AB} \right)$

$\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{F}_3 \Rightarrow xy // FE \Rightarrow FE \perp OA$

$\Rightarrow S_{OAF} + S_{OAE} = \frac{1}{2} OA \cdot EF = \frac{1}{2} R \cdot EF$

c)

Tương tự: $S_{OBF} + S_{OBD} = \frac{1}{2} R \cdot DF$; $S_{OCD} + S_{OCE} = \frac{1}{2} R \cdot DE$

Do đó:

$$S_{ABC} = S_{OAF} + S_{OAE} + S_{OBF} + S_{OBD} + S_{OCD} + S_{OCE}$$

$$= \frac{1}{2} R \cdot (DE + EF + DF)$$

$$= \frac{1}{2} R \cdot P$$

Mặt khác:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD \leq \frac{1}{2} a \cdot AM \leq \frac{1}{2} a(OA + OM) = \frac{1}{2} a \left(R + \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} \right)$$

$$\Rightarrow P \leq \frac{a \left(R + \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} \right)}{R}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow A, O, M$ thẳng hàng

$\Leftrightarrow A$ là điểm chính giữa của cung lớn BC

$$\text{Vậy } \max P = \frac{a \left(R + \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} \right)}{R}$$

$\Leftrightarrow A$ là điểm chính giữa của cung lớn BC

1.00

<p style="text-align: center;">Câu 5 (1,0đ)</p>	<p>Với $a, b, c > 0$, áp dụng BĐT Cô-si ta có: $a^2 + 2b^2 + 3 = (a^2 + b^2) + (b^2 + 1) + 2 \geq 2ab + 2b + 2 = 2(ab + b + 1)$ $\Rightarrow \frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{ab + b + 1}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b = 1$ Tương tự: $\frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{bc + c + 1}$; $\frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{ca + a + 1}$ Do đó: $\frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3}$ $\leq \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{ab + b + 1} + \frac{1}{bc + c + 1} + \frac{1}{ca + a + 1} \right)$ Với $abc = 1$ thì: $\frac{1}{ab + b + 1} + \frac{1}{bc + c + 1} + \frac{1}{ca + a + 1}$ $= \frac{1}{ab + b + 1} + \frac{ab}{abbc + abc + ab} + \frac{b}{abc + ab + b}$ $= \frac{1}{ab + b + 1} + \frac{ab}{b + 1 + ab} + \frac{b}{1 + ab + b}$ $= \frac{1 + ab + b}{ab + b + 1}$ $= 1$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 1$ Vậy $\frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2}$; dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 1$.</p>	<p style="text-align: center;">1.00</p>
--	---	---

Thầy Nguyễn Mạnh Tuấn
Trường THCS Nguyễn Huệ – Cẩm Giàng – Hải Dương