



**Câu 1 (4,0 điểm):**

Cho biểu thức:  $A = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} - \left(1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}\right) : \frac{b}{a - \sqrt{a^2 - b^2}}$  với  $a > b > 0$

- a) Rút gọn biểu thức  $A$ .  
b) Xác định giá trị của  $A$  khi  $a = 3b$

**Câu 2 (6,0 điểm):**

- a) Tìm nghiệm nguyên  $x, y$  của phương trình  $(x - y)(2x + y + 1) + 9y = 22$ .  
b) Giải phương trình:  $\sqrt{x + 9} = 5 - \sqrt{2x + 4}$   
c) Cho các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $a.b > 2023a + 2024b$ .

Chứng minh rằng:  $a + b > (\sqrt{2023} + \sqrt{2024})^2$

**Câu 3 (3,0 điểm):** Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x(y - 2) = (x + 2)(y - 4) \\ (x - 3)(2y + 7) = (2x - 7)(y + 3) \end{cases}$$

**Câu 4 (6,0 điểm):**

Cho góc  $xOy$  có số đo bằng  $60^\circ$ . Đường tròn có tâm  $K$  nằm trong góc  $xOy$  tiếp xúc với tia  $Ox$  tại  $M$  và tiếp xúc với tia  $Oy$  tại  $N$ . Trên tia  $Ox$  lấy điểm  $P$  sao cho  $OP = 3OM$ . Tiếp tuyến của đường tròn tâm  $K$  đi qua  $P$  và cắt tia  $Oy$  tại  $Q$  ( $Q$  khác  $O$ ). Đường thẳng  $PK$  cắt đường thẳng  $MN$  ở  $E$ . Đường thẳng  $QK$  cắt đường thẳng  $MN$  ở  $F$ .

- a) Chứng minh  $OK$  vuông góc với  $MN$   
b) Chứng minh  $ME.PQ = KQ.PE$

**Câu 5 (1,0 điểm):** Cho  $x, y, z$  là các số dương thỏa mãn  $x + y + z = 2024$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{x}{x + \sqrt{2024x + yz}} + \frac{y}{y + \sqrt{2024y + xz}} + \frac{z}{z + \sqrt{2024z + yx}}$$

-----Hết-----

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm