

Câu I (4 điểm):

1) Cho biểu thức  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$

a) Tìm điều kiện của  $a$  để  $P$  có nghĩa và rút gọn  $P$

b) So sánh  $P$  và  $\frac{1}{3}$

2) Rút gọn  $B = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$

Câu II (2 điểm)

Cho  $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 100^3$  và  $B = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$ .

Chứng minh  $A \vdots B$

Câu III (5,0 điểm)

1) Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho 3 hàm số bậc nhất  $y = 3x - 4$ ,  $y = -x + 4$ ,  $y = mx + n$  có đồ thị tương ứng là các đường thẳng  $d_1, d_2, d_3$ . Biết  $d_2, d_3$  và trục  $Ox$  đồng quy tại 1 điểm, đồng thời  $d_1$  cắt  $d_3$  tại điểm có hoành độ bằng 1.

a) Tìm  $m, n$ .

b) Gọi  $A$  là giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$ ,  $B$  là giao điểm của  $d_1$  và  $d_3$ . Tính  $S_{ABC}$ .

2) Giải phương trình  $\sqrt{x^2 - 9} - \sqrt{4x - 12} = 0$ .

Câu IV (2,0 điểm)

Nhân dịp mừng năm mới, một cửa hàng kẹo đã đồng loạt giảm giá tất cả các mặt hàng, trong đó có chương trình nếu chỉ mua từ 1 đến 2 bịch kẹo thì trả đúng số tiền niêm yết trên bịch kẹo, nếu mua nhiều hơn 2 bịch kẹo thì từ bịch thứ ba trở đi sẽ giảm 10% so với giá niêm yết. Bạn An đến cửa hàng mua 7 bịch kẹo phải trả 650000 đồng.

a) Hỏi giá niêm yết trên bịch kẹo là bao nhiêu khi bạn An mua 7 bịch phải trả tổng cộng 650000 đồng.

b) Gọi  $x (x \geq 2)$  là số bịch kẹo đã mua, số tiền phải trả là  $y$  đồng. Viết công thức biểu diễn  $y$  theo  $x$  và nêu tính chất của hàm số  $y$ .

Câu V (7 điểm):

Cho đường tròn  $(O; R)$  và một điểm  $A$  sao cho  $OA > 2R$ . Vẽ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  của đường tròn  $(O)$  ( $B, C$  là hai tiếp điểm),  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $O$ .

a) Đường thẳng  $AD$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $N$  và cắt đoạn  $BC$  tại  $K$ , gọi  $I$  là giao điểm của  $BN$  và  $AO$ . Chứng minh rằng  $KI \perp AB$ .

b) Gọi  $M$  là hình chiếu của  $O$  lên  $CD$ . Đường thẳng  $OM$  cắt  $AC$  tại  $E$ , đường thẳng  $DE$  cắt  $BC$  tại  $F$ . Chứng minh  $AD \perp OF$ .

.....HẾT.....