

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (14,0 điểm).

Câu 1: Cho hình nón (N) có đỉnh S , chiều cao $h = 3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt hình nón (N) theo thiết diện là một tam giác đều. Khoảng cách từ tâm của đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

- A. 9π . B. 27π . C. 36π . D. 81π .

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2)$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 3: Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 3m + 4$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tính $3a + b$.

- A. -3. B. -5. C. 1. D. -7.

Câu 4: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3x+2}}$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) .

Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 11$.
C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 2$. D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 6: Một hộp chứa 21 quả cầu gồm 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9, 7 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 7 và 5 quả màu vàng được đánh số từ 1 đến 5. Chọn ngẫu nhiên ba quả từ hộp đó, xác suất để ba quả được chọn có đủ ba màu và các số trên các quả cầu đôi một khác số nhau là

- A. $\frac{9}{38}$. B. $\frac{9}{19}$. C. $\frac{3}{19}$. D. $\frac{24}{133}$.

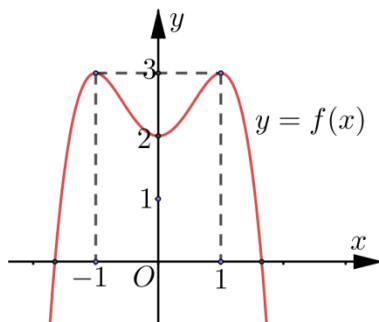
Câu 7: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Câu 8: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x + 3, y = x + 1$ là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{7}{6}$.

Câu 9: Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - (2 + \log_2 x)f(x) + \log_2 x^2 = 0$ là

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 10: Cho $\int_{2023}^{2024} \frac{1}{e^x} dx = e^a - e^b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a - b = -1$.B. $a - b = 1$.C. $a - b = -2027$.D. $a - b = 2027$.

Câu 11: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_6 x = \log_9 y = \log_4 (2x + 2y)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

A. $\frac{x}{y} = \sqrt{3} - 1$.B. $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$.C. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$.D. $\frac{x}{y} = 1 + \sqrt{3}$.

Câu 12: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)(\log_3(x + 79) - 4) \leq 0$?

A. 25.

B. Vô số.

C. 79.

D. 80.

Câu 13: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{3a^3 \cdot \sqrt{2}}{8}$.B. $\frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{8}$.C. $\frac{a^3 \cdot \sqrt{6}}{2}$.D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 14: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 5, \int_0^6 f\left(\frac{x}{3}\right) dx = 12$. Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$.

A. $I = 31$.B. $I = 7$.C. $I = 1$.D. $I = -1$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx + c$ ($a \neq 0$) có $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 6]$ bằng

A. $c - 11a$.B. $c + 2a$.C. $c - 16a$.D. $c + 8a$.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 24]$ để đồ thị của hàm số

$y = \frac{1}{(x-m)\sqrt{3x-x^2}}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 43.

B. 2.

C. 44.

D. 0.

Câu 17: Xét các số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 3, \log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

A. $\frac{4}{11}$.B. $\frac{9}{11}$.C. $\frac{2}{11}$.D. $\frac{8}{11}$.

Câu 18: Có 6 học sinh gồm 1 học sinh lớp 10, 2 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh đó thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để học sinh lớp 10 đứng xen kẽ giữa 2 học sinh lớp 12.

A. 72.

B. 144.

C. 48.

D. 36.

Câu 19: Cho hình trụ (T) có hai hình tròn đáy là (O) và (O') . Xét hình nón (N) có đỉnh O' , đáy là hình tròn (O) và đường sinh tạo với đáy một góc α . Biết tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình trụ (T) và diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng $\sqrt{3}$, tính số đo góc α .

A. $\alpha = 60^\circ$.B. $\alpha = 30^\circ$.C. $\alpha = 45^\circ$.D. $\alpha = 75^\circ$.

Câu 20: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ trên khoảng $(-\infty; -2)$ là

A. $\int \frac{2x+1}{x+2} dx = 2x + 3 \ln(x+2) + C$.B. $\int \frac{2x+1}{x+2} dx = 2x - 3 \ln(-x-2) + C$.C. $\int \frac{2x+1}{x+2} dx = 2x - 3 \ln(x+2) + C$.D. $\int \frac{2x+1}{x+2} dx = 2x + 3 \ln|x+2| + C$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2), B(4; 7; 8)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc đoạn AB và thỏa mãn $AM = 2BM$. Tính $a + b + c$.

A. 4.

B. 8.

C. 11.

D. 14.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC đều, $AB = 2SA$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

A. 45° .B. 60° .C. 30° .D. 120° .

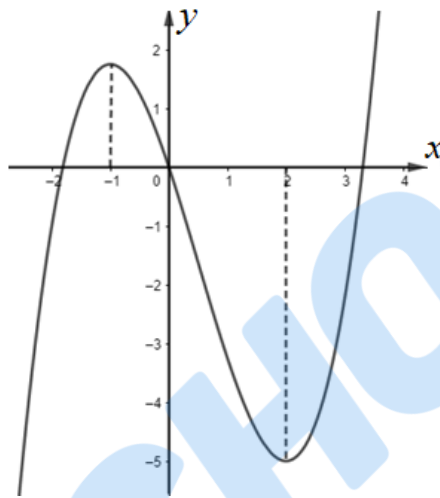
Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$, tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.BCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.D. $a^3\sqrt{3}$.

Câu 24: Cho mặt cầu (S) có bán kính R . Thể tích của khối trụ có hai đường tròn đáy đều nằm trên mặt cầu (S) có giá trị lớn nhất là

A. $\frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{27}$.B. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{9}$.C. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{27}$.D. $\frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{9}$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị được cho như ở hình vẽ dưới đây:



Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(f^2(x) + 2)$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Câu 26: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3\sqrt{x^2 - 4x} + m + 2}{\sqrt{x^2 - 4x} + 2}$

ngập biến trên khoảng $(-9; 0)$?

A. 11.

B. 8.

C. 5.

D. 4.

Câu 27: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $10(x^2 + y^2 - xy) - \sqrt{2^{x+y}} \geq x^3 + y^3 - 32$?

A. 42.

B. 45.

C. 36.

D. 35.

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin 2x + 5$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết $f(\log(\log e)) = 3$, tính $f(\log(\ln 10))$.

A. 6.

B. 2.

C. 8.

D. 7.

Câu 29: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC , biết $MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{7}}{3}$.B. $\frac{a^3\sqrt{14}}{3}$.C. $\frac{2a^3\sqrt{14}}{3}$.D. $\frac{a^3\sqrt{14}}{6}$.

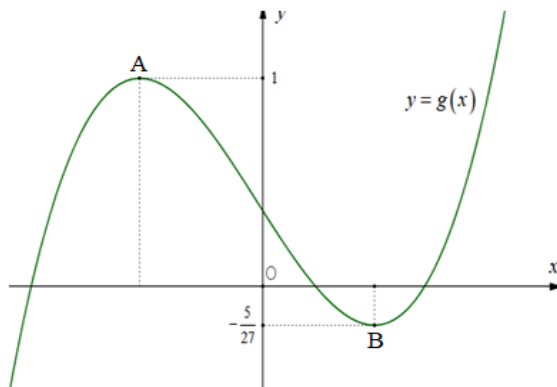
Câu 30: Cho $\int f(\ln x) dx = 6x^3 + 2x^2 + x + c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = 6e^{2x} + 2e^x + x + c$.B. $\int f(x) dx = 9e^{2x} + 4e^x + c$.

C. $\int f(x)dx = 9e^{2x} + 4e^x + x + c.$

D. $\int f(x)dx = 18e^{2x} + 4e^x + x + c.$

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = x^3 + f(x) + f'(x) + f''(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới (A, B là hai điểm cực trị).



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x) + x^3 - 3x^2 + 1}{g(x) + 1}$ và $y = 1$ bằng

A. $\ln \frac{27}{11}.$

B. $\ln \frac{22}{5}.$

C. $\ln \frac{44}{27}.$

D. $\ln 3.$

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x^3 + 3x) = x^2 + 2$ với mọi số thực x . Tính

$I = \int_0^4 x^2 f'(x) dx.$

A. $I = \frac{27}{4}.$

B. $I = \frac{219}{18}.$

C. $I = \frac{357}{4}.$

D. $I = \frac{27}{8}.$

Câu 33: Cho hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 5$ có đồ thị (C) và điểm $M(-1; -2)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = mx - m$ cắt (C) tại ba điểm phân biệt $A(1; 0), B, C$ (B nằm giữa A và C) sao cho hiệu diện tích của hai tam giác MAC và MAB bằng $\sqrt{5}$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. $\frac{3}{4}.$

B. $2.$

C. $-\frac{3}{2}.$

D. $9.$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 5; 4), B(2; -1; 1), C(-1; 1; -4)$. Xét mặt phẳng (P) thay đổi đi qua $I(1; 1; 2)$. Khi $T = d(A, (P)) + 2d(B, (P)) + 2d(C, (P))$ đạt giá trị lớn nhất, tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P).

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}.$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}.$

C. $\sqrt{5}.$

D. $\frac{\sqrt{10}}{5}.$

Câu 35: Cho 3 mặt cầu tâm O_1, O_2, O_3 đôi một tiếp xúc ngoài với nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P) lần lượt tại A_1, A_2, A_3 . Biết $A_1A_2 = 6, A_1A_3 = 8, A_2A_3 = 10$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh $O_1, O_2, O_3, A_1, A_2, A_3$ bằng

A. $\frac{1853}{15}.$

B. $\frac{1583}{15}.$

C. $\frac{1538}{15}.$

D. $\frac{1358}{15}.$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 2)$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + z = 0$ và $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A , vuông góc với (α) và đồng thời (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Biết phương trình tổng quát của (P) là $ax + by + cz + 1 = 0$. Tính tổng $a + b + c$.

A. $2.$

B. $-3.$

C. $3.$

D. $-2.$

Câu 37: Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$x^4 + 1 - x^2 + x\sqrt{2mx^4 + 2m} \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là đoạn $[a; b]$. Tính $S = a\sqrt{3} + 12b$.

A. $S = 3.$

B. $S = 15.$

C. $S = 6.$

D. $S = 4.$

Câu 38: Có hai hộp đựng các viên bi, trong mỗi hộp chỉ có các viên bi màu đỏ và màu xanh. Tổng số viên bi của hai hộp là 26. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi. Biết xác suất để chọn được hai viên bi màu xanh là $\frac{91}{160}$. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi màu đỏ.

- A. $\frac{5}{32}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{21}{160}$. D. $\frac{9}{160}$.

Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 2\sqrt{3}a$, $BC = a$, $AA' = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $B'C$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. B. $\frac{3\sqrt{10}a}{20}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(t) = \log_3 t + 3^t - 3^{\frac{1}{t}}$. Tính tổng bình phương các giá trị của tham số m để phương

trình $f\left(\frac{1}{4|x-m+1|+3}\right) + f(x^2 - 4x + 7) = 0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

- A. 30. B. 14. C. 29. D. 15.

II. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm).

Câu 1. (2,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 - 1 + \sqrt{x^3 + x}}{x\sqrt{x^3 + x}} dx$.

Câu 2. (3,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang cân, $AB = BC = CD = a$, $AD = 2a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .

a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C$.

b) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua B và vuông góc với đường thẳng $A'C$. Biết (P) chia khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện, hãy tính thể tích của khối đa diện chứa đỉnh A .

Câu 3. (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{2\sqrt{2ab} + \sqrt{8bc}} - \frac{2}{\sqrt{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 4ac} + 1}.$$

----- HẾT -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Cán bộ coi thi số 1 (Họ tên và chữ ký).....

Cán bộ coi thi số 2 (Họ tên và chữ ký).....

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (14,0 điểm).

Câu 1: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 2: Một hộp chứa 21 quả cầu gồm 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9, 7 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 7 và 5 quả màu vàng được đánh số từ 1 đến 5. Chọn ngẫu nhiên ba quả từ hộp đó, xác suất để ba quả được chọn có đủ ba màu và các số trên các quả cầu đôi một khác số nhau là

- A. $\frac{24}{133}$. B. $\frac{3}{19}$. C. $\frac{9}{38}$. D. $\frac{9}{19}$.

Câu 3: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3x+2}}$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 4: Cho hình nón (N) có đỉnh S , chiều cao $h=3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt hình nón (N) theo thiết diện là một tam giác đều. Khoảng cách từ tâm của đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

- A. 9π . B. 81π . C. 27π . D. 36π .

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x + 3$, $y = x + 1$ là

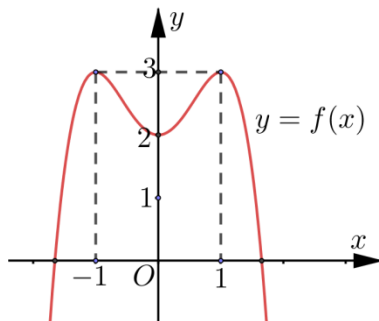
- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{7}{6}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) .

Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 11$. B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 2$.

Câu 7: Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - (2 + \log_2 x)f(x) + \log_2 x^2 = 0$ là

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 8: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_6 x = \log_9 y = \log_4 (2x + 2y)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

- A. $\frac{x}{y} = \sqrt{3} - 1$. B. $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$. C. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{x}{y} = 1 + \sqrt{3}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx + c$ ($a \neq 0$) có $\min_{(-\infty;0)} f(x) = f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số

$y = f(x)$ trên đoạn $[1;6]$ bằng

A. $c - 11a$.

B. $c + 2a$.

C. $c - 16a$.

D. $c + 8a$.

Câu 10: Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 3m + 4$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tính $3a + b$.

A. -7 .

B. -3 .

C. 1 .

D. -5 .

Câu 11: Có 6 học sinh gồm 1 học sinh lớp 10, 2 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh đó thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để học sinh lớp 10 đứng xen kẽ giữa 2 học sinh lớp 12.

A. 72 .

B. 36 .

C. 48 .

D. 144 .

Câu 12: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{3a^3 \cdot \sqrt{2}}{8}$.

B. $\frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{a^3 \cdot \sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 13: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)(\log_3(x + 79) - 4) \leq 0$?

A. 80 .

B. 25 .

C. Vô số.

D. 79 .

Câu 14: Cho $\int_{2023}^{2024} \frac{1}{e^x} dx = e^a - e^b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a - b = 2027$.

B. $a - b = -2027$.

C. $a - b = -1$.

D. $a - b = 1$.

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 24]$ để đồ thị của hàm số

$y = \frac{1}{(x-m)\sqrt{3x-x^2}}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 43 .

B. 2 .

C. 44 .

D. 0 .

Câu 16: Xét các số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 3, \log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

A. $\frac{4}{11}$.

B. $\frac{9}{11}$.

C. $\frac{2}{11}$.

D. $\frac{8}{11}$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$, tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a, AD = a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.BCD$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 18: Cho hình trụ (T) có hai hình tròn đáy là (O) và (O') . Xét hình nón (N) có đỉnh O' , đáy là hình tròn (O) và đường sinh tạo với đáy một góc α . Biết tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình trụ (T) và diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng $\sqrt{3}$, tính số đo góc α .

A. $\alpha = 60^\circ$.

B. $\alpha = 30^\circ$.

C. $\alpha = 45^\circ$.

D. $\alpha = 75^\circ$.

Câu 19: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ trên khoảng $(-\infty; -2)$ là

A. $\int \frac{2x+1}{x+2} dx = 2x + 3 \ln(x+2) + C$.

B. $\int \frac{2x+1}{x+2} dx = 2x - 3 \ln(-x-2) + C$.

C. $\int \frac{2x+1}{x+2} dx = 2x - 3 \ln(x+2) + C$.

D. $\int \frac{2x+1}{x+2} dx = 2x + 3 \ln|x+2| + C$.

Câu 20: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 5, \int_0^6 f\left(\frac{x}{3}\right)dx = 12$. Tính $I = \int_1^2 f(x)dx$.

- A. $I = 7$. B. $I = 31$. C. $I = 1$. D. $I = -1$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC đều, $AB = 2SA$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 120° .

Câu 22: Cho mặt cầu (S) có bán kính R . Thể tích của khối trụ có hai đường tròn đáy đều nằm trên mặt cầu (S) có giá trị lớn nhất là

- A. $\frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{27}$. B. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{9}$. C. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{27}$. D. $\frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{9}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2)$ là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2), B(4;7;8)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đoạn AB và thỏa mãn $AM = 2BM$. Tính $a+b+c$.

- A. 8. B. 4. C. 11. D. 14.

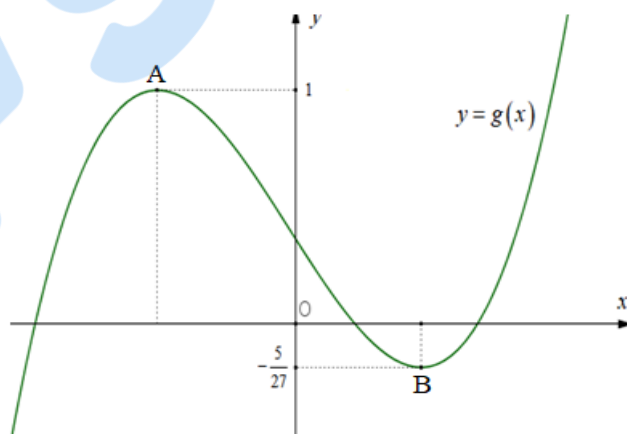
Câu 25: Cho 3 mặt cầu tâm O_1, O_2, O_3 đôi một tiếp xúc ngoài với nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P) lần lượt tại A_1, A_2, A_3 . Biết $A_1A_2 = 6, A_1A_3 = 8, A_2A_3 = 10$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh $O_1, O_2, O_3, A_1, A_2, A_3$ bằng

- A. $\frac{1853}{15}$. B. $\frac{1583}{15}$. C. $\frac{1538}{15}$. D. $\frac{1358}{15}$.

Câu 26: Có hai hộp đựng các viên bi, trong mỗi hộp chỉ có các viên bi màu đỏ và màu xanh. Tổng số viên bi của hai hộp là 26. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi. Biết xác suất để chọn được hai viên bi màu xanh là $\frac{91}{160}$. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi màu đỏ.

- A. $\frac{5}{32}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{21}{160}$. D. $\frac{9}{160}$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = x^3 + f(x) + f'(x) + f''(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới (A, B là hai điểm cực trị).



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x) + x^3 - 3x^2 + 1}{g(x) + 1}$ và $y = 1$ bằng

- A. $\ln \frac{27}{11}$. B. $\ln \frac{22}{5}$. C. $\ln \frac{44}{27}$. D. $\ln 3$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x^3 + 3x) = x^2 + 2$ với mọi số thực x . Tính

$$I = \int_0^4 x^2 f'(x) dx.$$

- A. $I = \frac{219}{18}$. B. $I = \frac{27}{4}$. C. $I = \frac{27}{8}$. D. $I = \frac{357}{4}$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin 2x + 5$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết $f(\log(\log e)) = 3$, tính $f(\log(\ln 10))$.

- A. 7. B. 8. C. 2. D. 6.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 5; 4), B(2; -1; 1), C(-1; 1; -4)$. Xét mặt phẳng (P) thay đổi đi qua $I(1; 1; 2)$. Khi $T = d(A, (P)) + 2d(B, (P)) + 2d(C, (P))$ đạt giá trị lớn nhất, tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 31: Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^4 + 1 - x^2 + x\sqrt{2mx^4 + 2m} \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là đoạn $[a; b]$. Tính $S = a\sqrt{3} + 12b$.

- A. $S = 3$. B. $S = 15$. C. $S = 6$. D. $S = 4$.

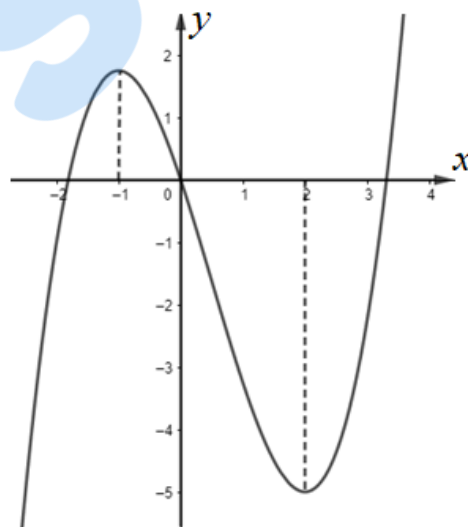
Câu 32: Cho hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 5$ có đồ thị (C) và điểm $M(-1; -2)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = mx - m$ cắt (C) tại ba điểm phân biệt $A(1; 0), B, C$ (B nằm giữa A và C) sao cho hiệu diện tích của hai tam giác MAC và MAB bằng $\sqrt{5}$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 9. D. 2.

Câu 33: Cho $\int f(\ln x) dx = 6x^3 + 2x^2 + x + c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = 6e^{2x} + 2e^x + x + c$. B. $\int f(x) dx = 9e^{2x} + 4e^x + c$.
C. $\int f(x) dx = 9e^{2x} + 4e^x + x + c$. D. $\int f(x) dx = 18e^{2x} + 4e^x + x + c$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị được cho như ở hình vẽ dưới đây:



Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(f^2(x) + 2)$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 2)$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + z = 0$ và $(S): (x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 16$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A , vuông góc với (α) và đồng thời

(P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Biết phương trình tổng quát của (P) là $ax + by + cz + 1 = 0$. Tính tổng $a + b + c$.

- A. -2. B. -3. C. 3. D. 2.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC , biết $MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{7}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{14}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{14}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{14}}{3}$.

Câu 37: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $10(x^2 + y^2 - xy) - \sqrt{2^{x+y}} \geq x^3 + y^3 - 32$?

- A. 36. B. 45. C. 42. D. 35.

Câu 38: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 2\sqrt{3}a$, $BC = a$, $AA' = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $B'C$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. B. $\frac{3\sqrt{10}a}{20}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3\sqrt{x^2 - 4x} + m + 2}{\sqrt{x^2 - 4x} + 2}$

nghiệm biến trên khoảng $(-9; 0)$?

- A. 8. B. 4. C. 11. D. 5.

Câu 40: Cho hàm số $f(t) = \log_3 t + 3^t - 3^{\frac{1}{t}}$. Tính tổng bình phương các giá trị của tham số m để phương

trình $f\left(\frac{1}{4|x-m+1|+3}\right) + f(x^2 - 4x + 7) = 0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

- A. 29. B. 14. C. 30. D. 15.

II. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm).

Câu 1. (2,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 - 1 + \sqrt{x^3 + x}}{x\sqrt{x^3 + x}} dx$.

Câu 2. (3,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang cân, $AB = BC = CD = a$, $AD = 2a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .

a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C$.

b) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua B và vuông góc với đường thẳng $A'C$. Biết (P) chia khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện, hãy tính thể tích của khối đa diện chứa đỉnh A .

Câu 3. (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{2\sqrt{2ab} + \sqrt{8bc}} - \frac{2}{\sqrt{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 4ac} + 1}.$$

----- HẾT -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Cán bộ coi thi số 1 (Họ tên và chữ ký).....

Cán bộ coi thi số 2 (Họ tên và chữ ký).....

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (14,0 điểm).

Câu 1: Cho hình nón (N) có đỉnh S , chiều cao $h = 3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt hình nón (N) theo thiết diện là một tam giác đều. Khoảng cách từ tâm của đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

- A. 9π . B. 81π . C. 27π . D. 36π .

Câu 2: Xét các số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 3, \log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

- A. $\frac{4}{11}$. B. $\frac{9}{11}$. C. $\frac{2}{11}$. D. $\frac{8}{11}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx + c$ ($a \neq 0$) có $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 6]$ bằng

- A. $c - 16a$. B. $c - 11a$. C. $c + 2a$. D. $c + 8a$.

Câu 4: Có 6 học sinh gồm 1 học sinh lớp 10, 2 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh đó thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để học sinh lớp 10 đứng xen kẽ giữa 2 học sinh lớp 12.

- A. 48. B. 36. C. 144. D. 72.

Câu 5: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)(\log_3(x + 79) - 4) \leq 0$?

- A. 80. B. 25. C. Vô số. D. 79.

Câu 6: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 5, \int_0^6 f\left(\frac{x}{3}\right) dx = 12$. Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$.

- A. $I = 31$. B. $I = -1$. C. $I = 7$. D. $I = 1$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy).

Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 11$.
C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 2$. D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$.

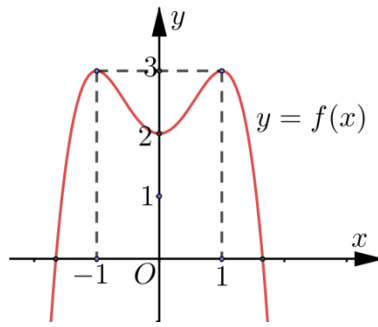
Câu 8: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_6 x = \log_9 y = \log_4(2x + 2y)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

- A. $\frac{x}{y} = \sqrt{3} - 1$. B. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$. C. $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$. D. $\frac{x}{y} = 1 + \sqrt{3}$.

Câu 9: Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 3m + 4$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tính $3a + b$.

- A. 1. B. -5. C. -3. D. -7.

Câu 10: Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - (2 + \log_2 x)f(x) + \log_2 x^2 = 0$ là

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2)$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 12: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x + 3, y = x + 1$ là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{7}{6}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 13: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{3a^3 \cdot \sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{a^3 \cdot \sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{8}$.

Câu 14: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 24]$ để đồ thị của hàm số

$$y = \frac{1}{(x-m)\sqrt{3x-x^2}}$$
 có đúng hai đường tiệm cận?

- A. 43. B. 2. C. 44. D. 0.

Câu 15: Một hộp chứa 21 quả cầu gồm 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9, 7 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 7 và 5 quả màu vàng được đánh số từ 1 đến 5. Chọn ngẫu nhiên ba quả từ hộp đó, xác suất để ba quả được chọn có đủ ba màu và các số trên các quả cầu đôi một khác số nhau là

- A. $\frac{9}{38}$. B. $\frac{9}{19}$. C. $\frac{24}{133}$. D. $\frac{3}{19}$.

Câu 16: Cho $\int_{2023}^{2024} \frac{1}{e^x} dx = e^a - e^b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a - b = -2027$. B. $a - b = -1$. C. $a - b = 2027$. D. $a - b = 1$.

Câu 17: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

Câu 18: Cho mặt cầu (S) có bán kính R . Thể tích của khối trụ có hai đường tròn đáy đều nằm trên mặt cầu (S) có giá trị lớn nhất là

- A. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{27}$. B. $\frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{27}$. C. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{9}$. D. $\frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{9}$.

Câu 19: Cho hình trụ (T) có hai hình tròn đáy là (O) và (O') . Xét hình nón (N) có đỉnh O' , đáy là hình tròn (O) và đường sinh tạo với đáy một góc α . Biết tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình trụ (T) và diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng $\sqrt{3}$, tính số đo góc α .

- A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\alpha = 75^\circ$. D. $\alpha = 60^\circ$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC đều, $AB = 2SA$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 120° .

Câu 21: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3x+2}}$ là

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2), B(4;7;8)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đoạn AB và thỏa mãn $AM = 2BM$. Tính $a+b+c$.

- A. 8. B. 4. C. 11. D. 14.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$, tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a, AD = a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.BCD$ bằng

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ trên khoảng $(-\infty; -2)$ là

- A. $\int \frac{2x+1}{x+2} dx = 2x - 3\ln(x+2) + C$. B. $\int \frac{2x+1}{x+2} dx = 2x + 3\ln(x+2) + C$.
C. $\int \frac{2x+1}{x+2} dx = 2x - 3\ln(-x-2) + C$. D. $\int \frac{2x+1}{x+2} dx = 2x + 3\ln|x+2| + C$.

Câu 25: Cho hàm số $f(t) = \log_3 t + 3^t - 3^{\frac{1}{t}}$. Tính tổng bình phương các giá trị của tham số m để phương

trình $f\left(\frac{1}{4|x-m+1|+3}\right) + f(x^2 - 4x + 7) = 0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

- A. 29. B. 30. C. 14. D. 15.

Câu 26: Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$x^4 + 1 - x^2 + x\sqrt{2mx^4 + 2m} \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là đoạn $[a; b]$. Tính $S = a\sqrt{3} + 12b$.

- A. $S = 3$. B. $S = 15$. C. $S = 6$. D. $S = 4$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x^3 + 3x) = x^2 + 2$ với mọi số thực x . Tính

$I = \int_0^4 x^2 f'(x) dx$.

- A. $I = \frac{219}{18}$. B. $I = \frac{27}{4}$. C. $I = \frac{27}{8}$. D. $I = \frac{357}{4}$.

Câu 28: Cho 3 mặt cầu tâm O_1, O_2, O_3 đôi một tiếp xúc ngoài với nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P) lần lượt tại A_1, A_2, A_3 . Biết $A_1A_2 = 6, A_1A_3 = 8, A_2A_3 = 10$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh $O_1, O_2, O_3, A_1, A_2, A_3$ bằng

- A. $\frac{1538}{15}$. B. $\frac{1853}{15}$. C. $\frac{1358}{15}$. D. $\frac{1583}{15}$.

Câu 29: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC , biết $MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{7}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{14}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{14}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{14}}{3}$.

Câu 30: Có hai hộp đựng các viên bi, trong mỗi hộp chỉ có các viên bi màu đỏ và màu xanh. Tổng số viên bi của hai hộp là 26. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi. Biết xác suất để chọn được hai viên bi màu

xanh là $\frac{91}{160}$. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi màu đỏ.

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{5}{32}$.

C. $\frac{21}{160}$.

D. $\frac{9}{160}$.

Câu 31: Cho hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 5$ có đồ thị (C) và điểm $M(-1; -2)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = mx - m$ cắt (C) tại ba điểm phân biệt $A(1; 0), B, C$ (B nằm giữa A và C) sao cho hiệu diện tích của hai tam giác MAC và MAB bằng $\sqrt{5}$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. $-\frac{3}{2}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. 9.

D. 2.

Câu 32: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $10(x^2 + y^2 - xy) - \sqrt{2^{x+y}} \geq x^3 + y^3 - 32$?

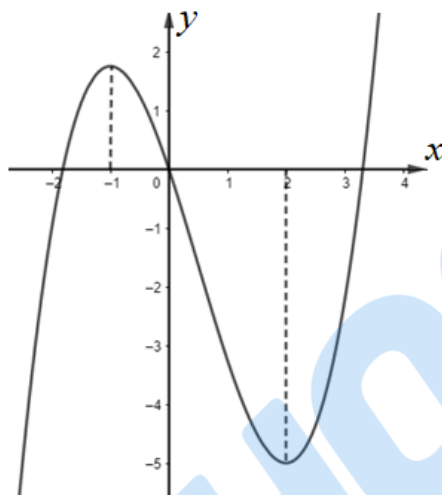
A. 36.

B. 45.

C. 42.

D. 35.

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị được cho như ở hình vẽ dưới đây:



Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(f^2(x) + 2)$ là

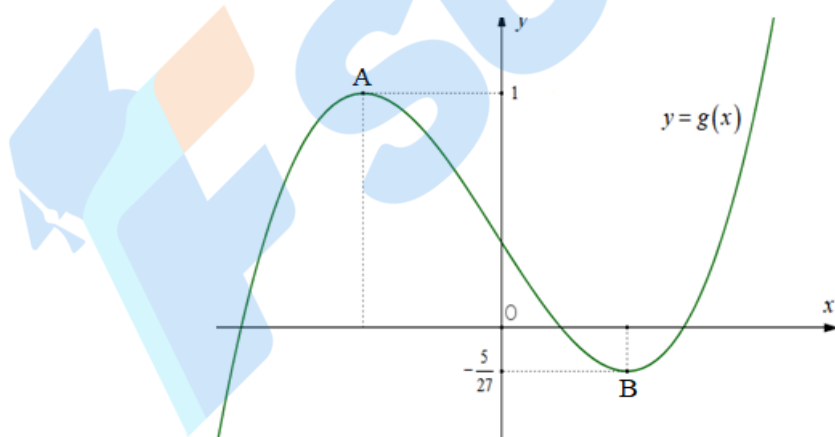
A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = x^3 + f(x) + f'(x) + f''(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới (A, B là hai điểm cực trị).



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x) + x^3 - 3x^2 + 1}{g(x) + 1}$ và $y = 1$ bằng

A. $\ln \frac{22}{5}$.

B. $\ln 3$.

C. $\ln \frac{27}{11}$.

D. $\ln \frac{44}{27}$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin 2x + 5$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết $f(\log(\log e)) = 3$, tính $f(\log(\ln 10))$.

A. 6.

B. 7.

C. 2.

D. 8.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3\sqrt{x^2 - 4x + m + 2}}{\sqrt{x^2 - 4x + 2}}$

nghịch biến trên khoảng $(-9; 0)$?

A. 8.

B. 4.

C. 11.

D. 5.

Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 2\sqrt{3}a$, $BC = a$, $AA' = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $B'C$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$.

B. $\frac{3\sqrt{10}a}{20}$.

C. $\frac{3a}{4}$.

D. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 2)$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + z = 0$ và $(S): (x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 16$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A , vuông góc với (α) và đồng thời (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Biết phương trình tổng quát của (P) là $ax + by + cz + 1 = 0$. Tính tổng $a + b + c$.

A. -3.

B. 2.

C. 3.

D. -2.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 5; 4)$, $B(2; -1; 1)$, $C(-1; 1; -4)$. Xét mặt phẳng (P) thay đổi đi qua $I(1; 1; 2)$. Khi $T = d(A, (P)) + 2d(B, (P)) + 2d(C, (P))$ đạt giá trị lớn nhất, tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) .

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 40: Cho $\int f(\ln x) dx = 6x^3 + 2x^2 + x + c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = 18e^{2x} + 4e^x + x + c$.

B. $\int f(x) dx = 9e^{2x} + 4e^x + c$.

C. $\int f(x) dx = 6e^{2x} + 2e^x + x + c$.

D. $\int f(x) dx = 9e^{2x} + 4e^x + x + c$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm).

Câu 1. (2,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 - 1 + \sqrt{x^3 + x}}{x\sqrt{x^3 + x}} dx$.

Câu 2. (3,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang cân, $AB = BC = CD = a$, $AD = 2a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .

a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C$.

b) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua B và vuông góc với đường thẳng $A'C$. Biết (P) chia khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện, hãy tính thể tích của khối đa diện chứa đỉnh A .

Câu 3. (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{2\sqrt{2ab} + \sqrt{8bc}} - \frac{2}{\sqrt{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 4ac + 1}}$$

----- HẾT -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

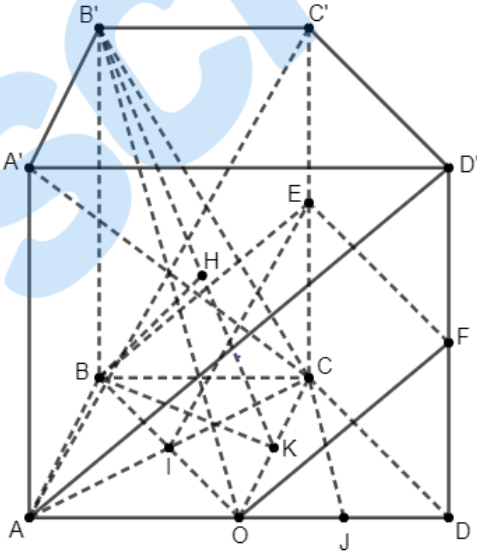
Cán bộ coi thi số 1 (Họ tên và chữ ký).....

Cán bộ coi thi số 2 (Họ tên và chữ ký).....

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (14,0 điểm - Mỗi đáp án đúng được 0,35 điểm)

Mã đề	Câu	Đáp án		Mã đề	Câu	Đáp án		Mã đề	Câu	Đáp án
121	1	B		122	1	D		123	1	C
121	2	B		122	2	B		123	2	B
121	3	B		122	3	C		123	3	A
121	4	C		122	4	C		123	4	C
121	5	D		122	5	A		123	5	A
121	6	C		122	6	B		123	6	B
121	7	C		122	7	D		123	7	A
121	8	A		122	8	D		123	8	D
121	9	D		122	9	C		123	9	B
121	10	B		122	10	D		123	10	D
121	11	D		122	11	D		123	11	D
121	12	D		122	12	A		123	12	A
121	13	A		122	13	A		123	13	A
121	14	D		122	14	D		123	14	A
121	15	C		122	15	A		123	15	D
121	16	A		122	16	B		123	16	D
121	17	B		122	17	B		123	17	A
121	18	B		122	18	A		123	18	C
121	19	A		122	19	B		123	19	D
121	20	B		122	20	D		123	20	B
121	21	D		122	21	C		123	21	C
121	22	C		122	22	B		123	22	D
121	23	A		122	23	A		123	23	C
121	24	B		122	24	D		123	24	C
121	25	B		122	25	C		123	25	A
121	26	D		122	26	D		123	26	A
121	27	B		122	27	A		123	27	B
121	28	D		122	28	B		123	28	A
121	29	D		122	29	A		123	29	C
121	30	C		122	30	C		123	30	D
121	31	A		122	31	A		123	31	B
121	32	A		122	32	B		123	32	B
121	33	A		122	33	C		123	33	D
121	34	C		122	34	C		123	34	C
121	35	C		122	35	D		123	35	B
121	36	A		122	36	C		123	36	B
121	37	A		122	37	B		123	37	C
121	38	D		122	38	C		123	38	B
121	39	C		122	39	B		123	39	C
121	40	C		122	40	A		123	40	D

II. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 - 1 + \sqrt{x^3 + x}}{x\sqrt{x^3 + x}} dx$.	2,00
(2,0 điểm)	$I = \int_1^2 \frac{x^2 - 1 + \sqrt{x^3 + x}}{x\sqrt{x^3 + x}} dx = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x\sqrt{x^3 + x}} dx + \int_1^2 \frac{1}{x} dx$	0,50
	Tính $A = \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _1^2 = \ln 2$	0,50
	$B = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x\sqrt{x^3 + x}} dx = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x^2 \sqrt{\frac{x^3 + x}{x^2}}} dx = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x^2 \sqrt{x + \frac{1}{x}}} dx = \int_1^2 \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\sqrt{x + \frac{1}{x}}} dx$	0,25
	Đặt $t = \sqrt{x + \frac{1}{x}} \Rightarrow t^2 = x + \frac{1}{x} \Rightarrow 2t dt = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx$ Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{2}; x = 2 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{5}}{2}$	0,25
	$B = \int_{\sqrt{2}}^{\frac{\sqrt{5}}{2}} \frac{1}{t} \cdot 2t dt = 2t \Big _{\sqrt{2}}^{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{10} - 2\sqrt{2}$	0,25
	$I = A + B = \ln 2 + \sqrt{10} - \sqrt{2}$	0,25
Câu 2	Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang cân, $AB = BC = CD = a$, $AD = 2a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .	3,00
		
a)	Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C$.	1,50
(1,5 điểm)	Gọi O là trung điểm của AD $\Rightarrow ABCO, BCDO$ là các hình thoi cạnh a và ABO, BCO, CDO là các tam giác đều cạnh a	0,25
	Ta có $AB \parallel (B'CO) \Rightarrow d(AB, B'C) = d(AB, (B'CO)) = d(B, (B'CO))$ (1)	0,25
	Gọi K là trung điểm của $CO \Rightarrow BK \perp CO$ Kẻ $BH \perp B'K$ ($H \in B'K$) Có $CO \perp BK, CO \perp BB' \Rightarrow CO \perp (BB'K) \Rightarrow CO \perp BH$ mà $B'K \perp BH \Rightarrow BH \perp (B'CO) \Rightarrow d(B, (B'CO)) = BH$ (2)	0,25

	Có $(A'C, (ABCD)) = \widehat{A'CA} \Rightarrow \widehat{A'CA} = 45^\circ$ $\Rightarrow$ tam giác $AA'C$ vuông cân tại $A \Rightarrow AA' = a\sqrt{3} \Rightarrow BB' = a\sqrt{3}$	0,25
	OBC là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Xét tam giác vuông $BB'K$ có $BH \perp B'K$ nên: $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BB'^2} + \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ (3)	0,25
	Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow d(AB, B'C) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.	0,25
b)	Gọi (P) là mặt phẳng đi qua B và vuông góc với đường thẳng $A'C$. Biết (P) chia khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện, hãy tính thể tích của khối đa diện chứa đỉnh A.	1,50
(1,5 điểm)	Tính được $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a\sqrt{3} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3}{4}$	0,25
	Có $BO \perp AC, CO \perp AA' \Rightarrow BO \perp A'C$ (1)	0,25
	Gọi I là tâm hình thoi $ABCO$, E và F lần lượt là trung điểm của CC' và DD' $\Rightarrow BEFO$ là hình bình hành Có $IE \parallel AC', AC' \perp A'C$ (do $\Rightarrow ACC'A'$ là hình vuông) $\Rightarrow IE \perp A'C$ (2) Từ (1), (2) $\Rightarrow (BEFO) \perp A'C \Rightarrow (BEFO)$ chính là mặt phẳng (P) đi qua B và vuông góc với $A'C$	0,25
	(P) chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện, gồm khối lăng trụ tam giác $BCE.ODF$ và khối đa diện có các đỉnh $A, B, E, F, O, A', B', C', D'$ (khối này chứa đỉnh A, có thể tích V cần tính)	0,25
	Gọi J là trung điểm của $OD \Rightarrow CJ \perp (ADD'A')$ và $CJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $S_{ODF} = \frac{1}{4}S_{ADD'} = \frac{1}{8}S_{ADD'A'} = \frac{1}{8}a\sqrt{3} \cdot 2a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $\Rightarrow V_{BCE.ODF} = CJ \cdot S_{ODF} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{8}$	0,25
	Vậy thể tích cần tính là $V = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{BCE.ODF} = \frac{9a^3}{4} - \frac{3a^3}{8} = \frac{15a^3}{8}$.	0,25
Câu 3	Cho các số thực dương a, b, c thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{2\sqrt{2ab} + \sqrt{8bc}} - \frac{2}{\sqrt{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 4ac + 1}}$	1,00
(1,0 điểm)	Ta có $\begin{cases} 2\sqrt{2ab} \leq 2a + b \\ \sqrt{8bc} = 2\sqrt{b \cdot 2c} \leq b + 2c \end{cases}$ (1) $\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{2ab} + \sqrt{8bc}} \geq \frac{1}{2a + b + b + 2c} = \frac{1}{2(a + b + c)}$ (1*)	0,25
	Ta có $\frac{2}{\sqrt{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 4ac + 1}} = \frac{2}{\sqrt{2(a + c)^2 + 2b^2 + 1}}$ Mặt khác ta có $((a + c) + b)^2 = (1 \cdot (a + c) + 1 \cdot b)^2 \leq (1^2 + 1^2)((a + c)^2 + b^2)$	0,25

$\Rightarrow \sqrt{2(a+c)^2 + 2b^2} \geq (a+c)+b \quad (2)$ $\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{2(a+c)^2 + 2b^2} + 1} \leq \frac{2}{(a+b+c)+1} \Rightarrow -\frac{2}{\sqrt{2(a+c)^2 + 2b^2} + 1} \geq -\frac{2}{(a+b+c)+1}$ (2^*)													
Từ (1*) và (2*) ta được $P \geq \frac{1}{2(a+b+c)} - \frac{2}{(a+b+c)+1}$. + Đặt $t = a+b+c$, $t > 0$, ta có $P \geq \frac{1}{2t} - \frac{2}{t+1} = f(t)$, $t > 0$.	0,25												
Ta có $f'(t) = -\frac{1}{2t^2} + \frac{2}{(t+1)^2}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow (t+1)^2 = 4t^2 \Leftrightarrow t = 1$. Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)$, $t \in (0; +\infty)$ <table><tr><td>t</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td></td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table> $\Rightarrow f(t) \geq f(1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow P \geq -\frac{1}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $t = 1$ và (1), (2) thỏa mãn $\Leftrightarrow \begin{cases} t = a+b+c = 1 \\ \frac{a+c}{1} = \frac{b}{1} \\ b = 2c, 2a = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c = \frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$ Vậy $\min P = -\frac{1}{2}$ khi $a = c = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}$.	t	0	1	$+\infty$	$f'(t)$		0	+	$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	0,25
t	0	1	$+\infty$										
$f'(t)$		0	+										
$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$										
	6,00												

Lưu ý khi chấm bài:

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác vẫn đúng thì vẫn được điểm theo thang điểm tương ứng.
- Với bài toán hình học nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không cho điểm phần tương ứng.