

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2.0 điểm)

Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3(m^2 - 1)x + m$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 2 (3.0 điểm)

Cho các số thực a, b thỏa $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = 3 \log_b \left(\frac{a}{b} \right) + \log_{\frac{a}{b}}^2 (a^2).$$

Câu 3 (2.0 điểm)

Có 16 quả cầu đôi một khác nhau, trong đó có 5 quả cầu màu vàng, 5 quả cầu màu xanh, 6 quả cầu màu đỏ. Có bao nhiêu cách chọn ra 10 quả cầu sao cho trong các quả cầu còn lại có đủ cả 3 màu.

Câu 4 (2.0 điểm)

Giải phương trình: $4 \sin x \cdot \sin \left(\frac{\pi}{3} + x \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{3} - x \right) - 4\sqrt{3} \cos x \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \cos \left(x + \frac{2\pi}{3} \right) = 2.$

Câu 5 (3.0 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + y^2 = 1 \\ 17\sqrt{5-x} + 3y\sqrt{4-y} = 14\sqrt{4-y} + 3x\sqrt{5-x} \end{cases} \text{ với } x, y \in \mathbb{R}.$$

Câu 6 (3.0 điểm)

Cho dãy số $\{u_n\}$ xác định như sau:
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 5}{2(u_n + 2)}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Chứng minh rằng dãy số $\{u_n\}$ có giới hạn hữu hạn.

Câu 7 (5.0 điểm)

a) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2a$, $AD = CD = a$, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là 60° . Mặt phẳng (P) đi qua CD và trọng tâm G của tam giác SAB , (P) cắt các cạnh SA , SB lần lượt tại M , N . Tính thể tích khối chóp $S.CDMN$ theo a .

b) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA , SB , SC đôi một vuông góc với nhau tại S . Đặt $SA = a, SB = b, SC = c$. Chứng minh: $a^2 \tan \widehat{BAC} = b^2 \tan \widehat{ABC} = c^2 \tan \widehat{ACB}$.