

Họ tên.....Lớp:.....

Số báo danh:.....Phòng thi:.....

Bài 1: (3 điểm) Cho hai tập hợp $A = [-3; -1] \cup [2; 4]$, $B = (m - 1; m + 2)$. Tìm m để $A \cap B \neq \emptyset$.

Bài 2: (4 điểm) Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm loại I và loại II từ 200kg nguyên liệu và một máy chuyên dụng. Để sản xuất được một kilôgam sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và máy làm việc trong 3 giờ. Để sản xuất được một kilôgam sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và máy làm việc trong 1,5 giờ. Biết một kilôgam sản phẩm loại I lãi 300000 đồng, một kilôgam sản phẩm loại II lãi 400000 đồng và máy chuyên dụng làm việc không quá 120 giờ. Hỏi xưởng cần sản xuất bao nhiêu kilôgam sản phẩm mỗi loại để tiền lãi lớn nhất?

Bài 3: (4 điểm) Bạn Mai có ba lọ dung dịch chứa một loại acid. Dung dịch A chứa 10%, dung dịch B chứa 30% và dung dịch C chứa 50%. Bạn Mai lấy từ mỗi lọ dung dịch và hòa với nhau để có 50g hỗn hợp chứa 32% acid này và lượng dung dịch loại C lấy nhiều gấp đôi dung dịch loại A. Tính lượng dung dịch mỗi loại bạn Mai đã lấy.

Bài 4: (3 điểm) Cho tam giác ABC có
$$\begin{cases} \cos B \cdot \cos C = \frac{1}{4} \\ a^2 = \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} \end{cases}$$
 Chứng minh $\triangle ABC$ là tam giác đều.

Bài 5: (3 điểm) Cho tam giác ABC có trọng tâm G và điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NB} - 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$. Gọi P là giao điểm của AC và GN , tính tỉ số $\frac{PA}{PC}$.

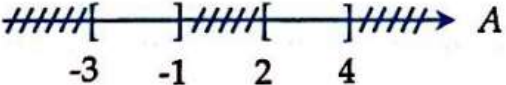
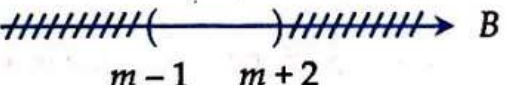
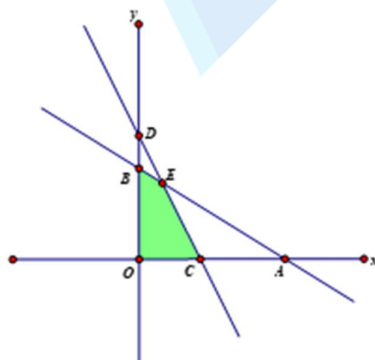
Bài 6: (3 điểm) Cho tứ giác lồi $ABCD$ có $AC \perp BD$ và nội tiếp đường tròn tâm O bán kính $R = 1$. Đặt diện tích tứ giác $ABCD$ bằng S và $AB = a, BC = b, CD = c, DA = d$. Tính giá trị biểu thức
$$T = \frac{(ab + cd)(ad + bc)}{S}.$$

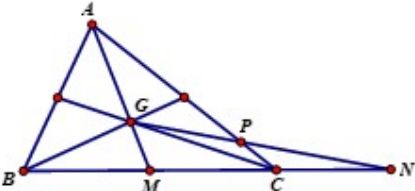
.....**HẾT**.....

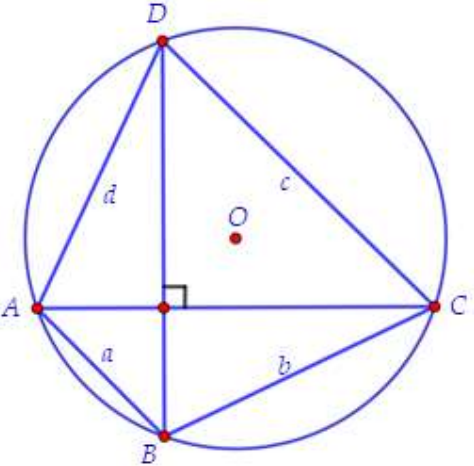
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Học sinh không được sử dụng tài liệu, không được sử dụng máy tính cầm tay.

ĐÁP ÁN, BIỂU ĐIỂM

Bài 1:	0,5
 	1,5
Ta đi tìm m để $A \cap B = \emptyset$ $\Rightarrow \begin{cases} m+2 \leq -3 \\ m-1 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq 5 \end{cases}$ $\begin{cases} -1 \leq m-1 \\ m+2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq 0 \end{cases}$	1
$\Rightarrow A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < m < 5 \\ m \neq 0 \end{cases}$	
Bài 2:	
Giả sử sản xuất $x(kg)$ sản phẩm loại I và $y(kg)$ sản phẩm loại II. Điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$ và $2x + 4y \leq 200 \Leftrightarrow x + 2y \leq 100$ Tổng số giờ máy làm việc: $3x + 1,5y$ Ta có $3x + 1,5y \leq 120$ Số tiền lãi thu được là $T = 300000x + 400000y$ (đồng).	1
Ta cần tìm x, y thỏa mãn: $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x + 2y \leq 100 \\ 3x + 1,5y \leq 120 \end{cases} \quad (I)$	1
sao cho $T = 300000x + 400000y$ đạt giá trị lớn nhất.	
Trên mặt phẳng tọa độ Oxy vẽ các đường thẳng $d_1 : x + 2y = 100$; $d_2 : 3x + 1,5y = 120$ Đường thẳng d_1 cắt trục hoành tại điểm $A(100;0)$, cắt trục tung tại điểm $B(0;50)$. Đường thẳng d_2 cắt trục hoành tại điểm $C(40;0)$, cắt trục tung tại điểm $D(0;80)$. Đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $E(20;40)$. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền đa giác $OBEC$.	
	1

$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow T=0; \begin{cases} x=0 \\ y=50 \end{cases} \Rightarrow T=20000000; \begin{cases} x=20 \\ y=40 \end{cases} \Rightarrow T=22000000;$ $\begin{cases} x=40 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow T=12000000$ Vậy để thu được tổng số tiền lãi nhiều nhất thì xưởng cần sản xuất 20kg sản phẩm loại I và 40kg sản phẩm loại II.	1
Bài 3:	
Gọi lượng dung dịch loại A, B, C mà Mai đã lần lượt lấy ra là $x, y, z (0 < x, y, z < 50)$.	0,5
Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+z=50 \\ z=2x \\ \frac{1}{10}x + \frac{3}{10}y + \frac{5}{10}z = \frac{32}{100} \cdot 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=50 \\ z=2x \\ \frac{1}{10}x + \frac{3}{10}y + \frac{5}{10}z = 16 \end{cases}$	1,5
Giải hệ trên ta có $\begin{cases} x=5 \\ y=35 \\ z=10 \end{cases}$	1,5
Vậy dung dịch loại A, B, C mà Mai đã lần lượt lấy ra là: 5(g), 35(g), 10(g).	0,5
Bài 4:	
Ta có: $(2) \Leftrightarrow a^2(b+c) = (b+c)(b^2-bc+c^2) \Leftrightarrow a^2 = b^2-bc+c^2$ (3)	0,5
Theo định lý cos ta có: $a^2 = b^2 - 2bc \cdot \cos A + c^2$ (4)	
Từ (3) và (4) suy ra: $\cos A = \frac{1}{2}$ mà $0^\circ < A < 180^\circ$ nên $A = 60^\circ$ (*)	0,5
Mặt khác $(1) \Leftrightarrow \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} \cdot \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{1}{4}$ (5)	0,5
Thế (3) vào (5) ta được: $\frac{(2c^2-bc)(2b^2-bc)}{(b^2+c^2-bc)bc} = 1 \Leftrightarrow \frac{(2c-b)(2b-c)}{b^2+c^2-bc} = 1$.	0,5
$\Leftrightarrow 5bc - 2b^2 - 2c^2 = b^2 + c^2 - bc \Leftrightarrow 3(b-c)^2 = 0 \Leftrightarrow b=c$ (**)	0,5
Từ (*) và (**) suy ra $\triangle ABC$ là tam giác đều. (đpcm)	0,5
Bài 5:	
Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Đặt $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{GP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AG} = k\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ $= \left(k - \frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$ 	1
$\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \frac{7}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$	

Ba điểm G, P, N thẳng hàng nên hai vectơ $\overrightarrow{GP}, \overrightarrow{GN}$ cùng phương. Do đó $\frac{k - \frac{1}{3}}{\frac{7}{6}} = \frac{-\frac{1}{5}}{-\frac{6}{6}} \Leftrightarrow \frac{k - \frac{1}{3}}{\frac{7}{6}} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow k - \frac{1}{3} = \frac{7}{15} \Leftrightarrow k = \frac{4}{5} \Rightarrow \overrightarrow{AP} = \frac{4}{5} \overrightarrow{AC}$	1,5
$\Rightarrow AP = \frac{4}{5} AC \Rightarrow \frac{PA}{PC} = 4.$	0,5
Bài 6:	
	0,5
Ta có : $S_{ABC} = \frac{a.b.AC}{4R} \Rightarrow ab = \frac{S_{ABC} \cdot 4R}{AC}$	
Tương tự ta cũng có : $cd = \frac{S_{ADC} \cdot 4R}{AC}$, $ad = \frac{S_{ABD} \cdot 4R}{BD}$, $bc = \frac{S_{BCD} \cdot 4R}{BD}$	0,5
$T = \frac{(ab + cd)(ad + bc)}{S}$	
$= \frac{\left(\frac{S_{ABC} \cdot 4R}{AC} + \frac{S_{ADC} \cdot 4R}{AC} \right) \left(\frac{S_{ABD} \cdot 4R}{BD} + \frac{S_{BCD} \cdot 4R}{BD} \right)}{S}$	
$= \frac{4 \left(\frac{S_{ABC}}{AC} \cdot \frac{S_{ABD}}{BD} + \frac{S_{ABC}}{AC} \cdot \frac{S_{BCD}}{BD} + \frac{S_{ADC}}{AC} \cdot \frac{S_{ABD}}{BD} + \frac{S_{ADC}}{AC} \cdot \frac{S_{BCD}}{BD} \right)}{S}$	
$= \frac{4(S_{ABC} \cdot S_{ABD} + S_{ABC} \cdot S_{BCD} + S_{ADC} \cdot S_{ABD} + S_{ADC} \cdot S_{BCD})}{S \cdot AC \cdot BD}$	
$= \frac{4[S_{ABC} \cdot S + S_{ADC} \cdot S]}{S \cdot AC \cdot BD} = \frac{4S(S_{ABC} + S_{ADC})}{S \cdot AC \cdot BD} = \frac{4S \cdot S}{S \cdot 2S} = 2$	
$= \frac{4[S_{ABC}(S_{ABD} + S_{BCD}) + S_{ADC}(S_{ABD} + S_{BCD})]}{S \cdot AC \cdot BD}$	2
Vậy $T = 2$.	0,5