

1

TITLE:

Date:

/ No:

Bài 1: $\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ 5x - 15y = 25 \end{cases}$

$\Rightarrow 18y =$

Bài 1: $\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 6 \\ y = \frac{x-5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$

Vậy hệ có no duy nhất (x, y)

$(x, y) = (1, -\frac{4}{3})$

Bài 2. a) $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} - \frac{4x+32}{x-16}; x \geq 0, x \neq 16$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4) + 3\sqrt{x}(\sqrt{x}+4) - 4x - 32}{x-16}$$

$$= \frac{x - 4\sqrt{x} + 3x + 12\sqrt{x} - 4x - 32}{x-16}$$

$$= \frac{8\sqrt{x} - 32}{x-16}$$

$$= \frac{8(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)} = \frac{8}{\sqrt{x}+4}$$

b) Ta có $\sqrt{x} \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow \sqrt{x} + 4 \geq 4$

$\Rightarrow \frac{8}{\sqrt{x}+4} \leq \frac{8}{4} = 2$

Đẳng "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (t/m)

Vậy GTLN $P = 2$ khi $x = 0$.

2

Date: . . .

/ No:

TITLE:

Bar 2:

$$1) \quad x^2 - (m+3)x + \frac{1}{4}m^2 + 1 = 0 \quad (1)$$

Theo đề: $2(x_1 + x_2)^2 - 8(x_1 \cdot x_2) = 34$

$$\Delta = (m+3)^2 - 4\left(\frac{1}{4}m^2 + 1\right) = m^2 + 6m + 9 - m^2 - 4 = 6m + 5$$

Để (1) có 2 nş p b $\Rightarrow m \Delta > 0 \Rightarrow m > -\frac{5}{6}$.

Theo Vi-ét:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m+3 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{4}m^2 + 1 \end{cases}$$

$$2(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 = 34$$

$$\Rightarrow 2(m+3)^2 - 8\left(\frac{1}{4}m^2 + 1\right) - 34 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(m^2 + 6m + 9) - 2m^2 - 8 - 34 = 0$$

$$\Rightarrow 2m + 18 - 8 - 34 = 0$$

$$\Rightarrow m = 2 \quad (t/m)$$

Vậy $m = 2$ thì t/m yêu cầu bài toán.

2) (d) : $y = ax - 4$

(d₁) : $y = -3x + 2$.

a) Thay $x = -1, y = 5$ vào pt (d) :

$$5 = -a - 4 \Rightarrow a = -9.$$

b) (d₁) : $y = -3x + 2$

+) Cho $y = 0 \Rightarrow -3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow$ (d₁) giao với trục hoành tại $(\frac{2}{3}; 0)$

+) Cho $x = 0 \Rightarrow y = 2$
 $\Rightarrow$ (d₁) giao với trục hoành tại $(0; 2)$.

3

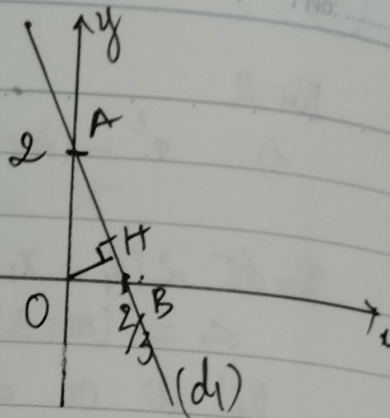
TITLE:

Date:

No:

Ta có hình vẽ bên
 $\Rightarrow$ khoảng cách từ O đến
 d_1 là độ dài đoạn OH
 Xét Δ vuông OAB có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$$



$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{2^2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow OH = \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

Vậy khoảng cách từ O đến (d_1) là $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Bài 3:

Cho số hs trường A và trường B lần lượt là
 $x, y \quad (x, y \in \mathbb{N}^*)$

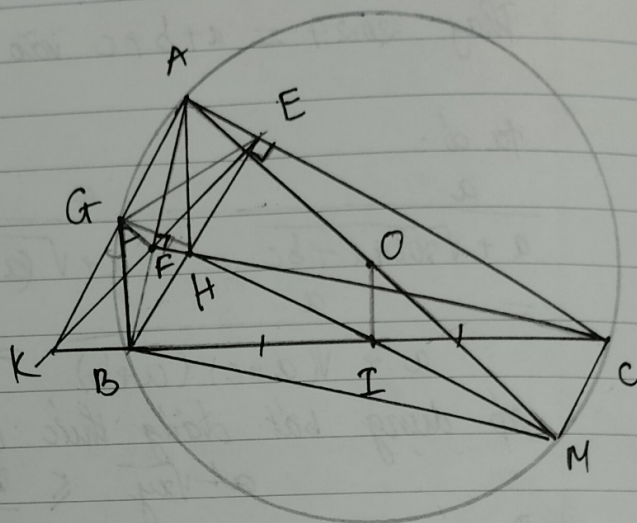
Theo bài ra ta có hệ

$$\begin{cases} x + y = 380 \\ 0,55x + 0,45y = 191 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 200 \text{ (t/m)} \\ y = 180 \end{cases}$$

Vậy số học sinh trường A là 200 hs
 ————— B là 180 hs.

4

Câu 4



a) Xét hệ góc BCEF có
 $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$ (vì $CF \perp AB, BE \perp AC$)
 $\Rightarrow$ BCEF nội tiếp.

b) Xét 2 tam giác KBF và KEC có
 $\widehat{EKC}$ chung
 $\widehat{KFB} = \widehat{ECK}$ (cùng bù $\widehat{BFE}$)

$\Rightarrow \Delta KBF \sim \Delta KEC$

$$\Rightarrow \frac{KB}{KE} = \frac{KF}{KC} \Leftrightarrow KB \cdot KC = KF \cdot KE. \quad (1)$$

c)

Xét ΔKBG và ΔKAC có

$\widehat{AKC}$ chung

$\widehat{KGB} = \widehat{ACK}$ (cùng bù $\widehat{AGB}$)

$\Rightarrow \Delta KBG \sim \Delta KAC$

$$\Rightarrow \frac{KB}{KA} = \frac{KG}{KC} \Rightarrow KB \cdot KC = KA \cdot KG. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $KF \cdot KE = KA \cdot KG$

$$\Rightarrow \frac{KF}{KG} = \frac{KA}{KE}$$

5

TITLE:

5

Date: / No:

TITLE:

lại có $\widehat{AKE}$ chung

$$\Rightarrow \triangle KGF \cong \triangle KEA$$

$$\Rightarrow \widehat{KGF} = \widehat{KEA}$$

$$\Rightarrow \widehat{KGF} + \widehat{FGA} = \widehat{KEA} + \widehat{FGA}$$

$$\Rightarrow \widehat{KEA} + \widehat{FGA} = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $A E F G$ nội tiếp

$\Rightarrow$ 4 điểm A, E, F, G cùng thuộc 1 đường tròn (3)

Xét tứ giác $A E H F$ có: $\widehat{AFH} + \widehat{AEH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$ $A E H F$ nội tiếp

$\Rightarrow A, E, H, F$ cùng thuộc 1 đường tròn (4)

Từ (3), (4) $\Rightarrow$ 5 điểm A, E, H, F, G cùng thuộc 1 đường tròn

d) ~~Kẻ đường kính~~

Qua O kẻ đường kính AM như hình vẽ.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} BM \perp AB \\ HC \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow BM \parallel HC$ } $BHCH$ là hbh.

T.ứ $BH \parallel CM$

$\Rightarrow$ BC và HM cắt nhau tại trung điểm mỗi đường
mà I là trung điểm $BC \Rightarrow I$ là trung điểm HM .

Ta có:

$$\widehat{MGA} = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)}$$

$$\Rightarrow MG \perp AG \text{ tại } G$$

lại có: $HG \perp AG$ tại G (vì $G \in$ đường tròn đường kính AH)

$\Rightarrow$ 3 điểm M, H, G thẳng hàng.

$\Rightarrow$ ~~$IH \perp$~~ 4 điểm G, H, I, M thẳng hàng

$$\Rightarrow HI \perp AK \text{ (đpcm)}$$

5

Date: / No:

TITLE: Câu 5.

$$P \quad a+b+c=2024$$

Thay $2024 = a+b+c$ vào ta có: $\frac{a}{a + \sqrt{2024a+bc}}$

ta có:

$$\frac{a}{a + \sqrt{2024a+bc}} = \frac{a}{a + \sqrt{(a+b+c)a+bc}}$$

$$= \frac{a}{a + \sqrt{(a+c)(a+b)}} = \frac{a(\sqrt{(a+b)(a+c)} - a)}{ab+bc+ca}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương x, y
 $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$

Ta có:

$$\frac{a(\sqrt{(a+b)(a+c)} - a)}{ab+bc+ca} \leq \frac{a(\frac{a+b+a+c}{2} - a)}{ab+bc+ca}$$

$$= \frac{ab+ac}{2(ab+bc+ca)}$$

Thẳng minh tương tự: $\frac{b}{b + \sqrt{2024b+ca}} \leq \frac{bc+ba}{2(ab+bc+ca)}$

$$\frac{c}{c + \sqrt{2024c+ab}} \leq \frac{ca+cb}{2(ab+bc+ca)}$$

Cộng vế' 3 bất thức:

$$P \leq 1$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c = \frac{2024}{3}$