

TITLE:

Câu 1. a) $A = \sqrt{50} - 3\sqrt{2}$

$$= 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

b) $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{x-1} \quad (\text{với } x > 0, x \neq 1)$

$$= \frac{\sqrt{x}-1 + \sqrt{x}+1}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{x}}{x-1}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}}{x-1} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}} = 2.$$

Câu 2. a) Để hai đường thẳng song song với nhau thì $m-1=3 \Rightarrow m=4$.

b)
$$\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-2y=-1 \end{cases} \quad (\Leftrightarrow) \quad \begin{cases} 4x+2y=8 \\ 3x-2y=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x=7 \\ 2x+y=4 \end{cases} \quad (\Leftrightarrow) \quad \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (1; 2)$

Câu 3. $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0 \quad (*)$

Để pt $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt thì

$$\Delta' = m^2 - (m^2 - m - 1) > 0$$

$$\Rightarrow m+1 > 0$$

$$\Rightarrow m > -1 \quad (1)$$

Khi $m > -1$ phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Theo Vi-et ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - m - 1 \end{cases}$$

Mq

$$\frac{x_1 x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(1 + x_1 x_2)} = \frac{1}{3}$$

TITLE:

$$x_1 x_2 + 3$$

(=)

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2 + 2x_1 x_2 = \frac{1}{3}$$

(2)

$$\frac{x_1 x_2 + 3}{(x_1 + x_2)^2 + 2} = \frac{1}{3}$$

(3)

$$m^2 - m + 3$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 3m - 4 = 0$$

(3)

$$6m + 9 = 4m^2 + 2$$

(3)

$$m = 1$$

(3)

$$4m^2 - 6m - 7 = 0$$

$$m = -4 \text{ (loại)}$$

(3)

$$m = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$$

(+) (mãn)

Vậy với $m = 1$
thỏa mãn đk
bài toán

$$m = \frac{3 - \sqrt{37}}{4}$$

(-) (mãn)

vậy tập các giá trị của m thỏa mãn
là $S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{37}}{4}, \frac{3 - \sqrt{37}}{4} \right\}$

Câu 4. gọi số dãy ghế ban đầu là $x (x > 0)$
số ghế trong mỗi dãy ban đầu là $\frac{104}{x}$ (ghế)
vì khi cắt bớt 2 dãy ghế và mỗi dãy còn
lại thêm 1 ghế thì đủ chỗ cho 120 người
nên ta có phương trình:

$$(x-2) \left(\frac{104}{x} + 1 \right) = 120$$

$$\Leftrightarrow (x-2) \left(\frac{104+x}{x} \right) = 120$$

$$\Leftrightarrow 104x + x^2 - 208 - 2x = 120x$$

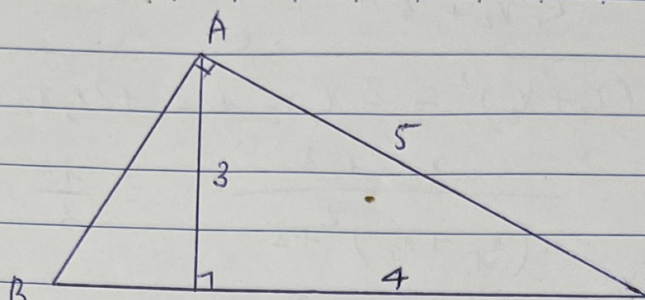
$$\Leftrightarrow x^2 - 18x - 208 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 26$$

$$\Leftrightarrow x = -8 \text{ (loại)}$$

vậy ban đầu có 26 dãy ghế

TITLE:

Câu 5:

Áp dụng Btá go trong $\triangle AHC$ vuông tại H

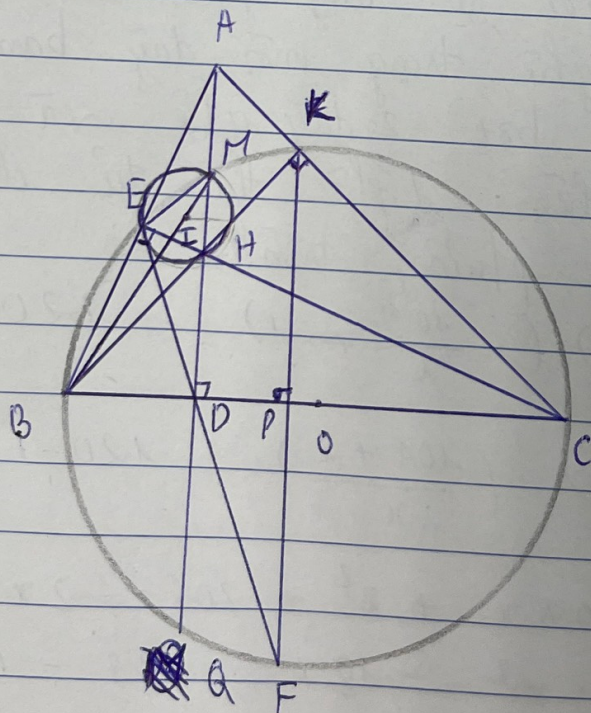
$$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 16 = 4 \text{ (cm)}$$

Trong tam giác ABC vuông tại A ta có:

$$AC^2 = CH \cdot BC$$

$$\Rightarrow BC = \frac{AC^2}{CH} = \frac{5^2}{4} = \frac{25}{4}$$

$$\text{Vậy } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{4} \cdot 3 = \frac{75}{8} \text{ (cm}^2\text{)}$$

Câu 6:

a) Taco: $\widehat{BEC} = \widehat{BKC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \widehat{AEH} = \widehat{AKH} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{AKH} = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ tứ giác $A E H K$ nội tiếp đường tròn

b) ① chứng minh $CK^2 = BC \cdot PC$

xét $\triangle ABC$

ta có: $BK \perp AC$; $CE \perp AB$

mà $BK \cap CE = H \Rightarrow H$ là trực tâm $\triangle ABC$

$\Rightarrow AH \perp BC$ tại D

$$\Rightarrow \widehat{BDH} = 90^\circ$$

xét tứ giác $BDHE$ có $\widehat{BEH} + \widehat{BDH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$ tứ giác $BDHE$ nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{EDH} = \widehat{EBH} = \widehat{EBK}$$

mà $\widehat{EBK} = \widehat{EFK}$ (cùng chắn EK)

$$\Rightarrow \widehat{EDH} = \widehat{EFK} \Rightarrow DH \parallel FK$$

hay $AD \parallel FK$

mà $AD \perp BC \Rightarrow KF \perp BC$

Xét $\triangle BCK$ vuông tại K , đường cao KF

$$\Rightarrow CK^2 = CP \cdot BC$$

② chứng minh B, I, M thẳng hàng
giả sử AD cắt đường tròn tại điểm thứ 2 là Q

$$\text{vì } CB \perp MQ \Rightarrow \widehat{MC} = \widehat{QC}$$

$$\widehat{CMQ} = \widehat{CQM}$$

$\Rightarrow \widehat{CEM} = \widehat{CQM}$ (do cùng chắn CM)

$$\Rightarrow \widehat{CMQ} = \widehat{CEM}$$

$\Rightarrow CM$ là tiếp của đường tròn ngoại tiếp $\triangle EMH$

$$\Rightarrow CM \perp IM \quad ①$$

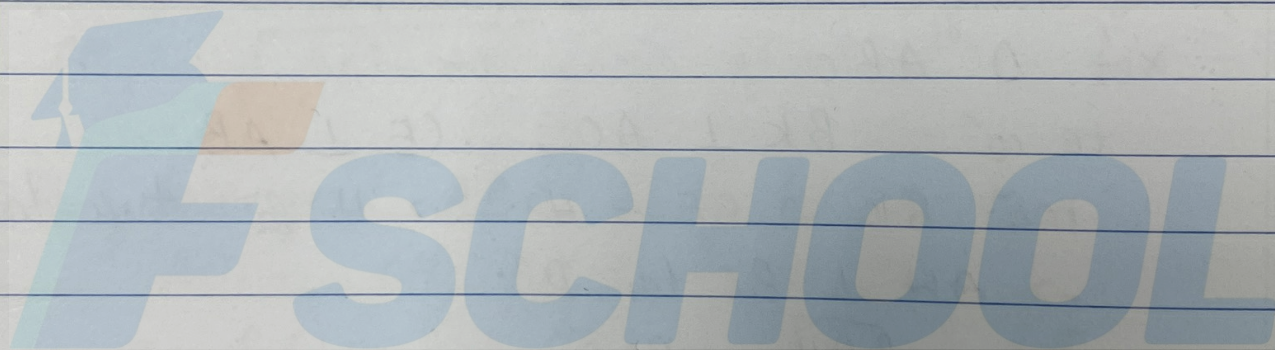
TITLE:

Ta có; $\widehat{CMB} = 90^\circ$

$\Rightarrow CM \perp BM$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow B, I, M$ thẳng hàng

(5)



Câu 7) $Q = \frac{a^2}{a^2 + 3(b+c)^2} + \frac{b^2}{b^2 + 3(c+a)^2} + \frac{c^2}{c^2 + 3(a+b)^2}$

Áp dụng Bđt Bunhia copxki ta có:

$$(a+b)^2 \leq (1+1)(a^2+b^2) = 2(a^2+b^2)$$

$$(b+c)^2 \leq 2(b^2+c^2)$$

$$(c+a)^2 \leq 2(c^2+a^2)$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} Q &\geq \frac{a^2}{a^2 + 5(b^2+c^2)} + \frac{b^2}{b^2 + 5(c^2+a^2)} + \frac{c^2}{c^2 + 5(a^2+b^2)} \\ &= \frac{a^2}{a^2 + 5(b^2+c^2)} + \frac{1}{5} + \frac{b^2}{b^2 + 5(c^2+a^2)} + \frac{1}{5} + \frac{c^2}{c^2 + 5(a^2+b^2)} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{6(a^2+b^2+c^2)}{5(a^2 + 5(b^2+c^2))} + \frac{6(a^2+b^2+c^2)}{5(b^2 + 5(c^2+a^2))} + \frac{6(a^2+b^2+c^2)}{5(c^2 + 5(a^2+b^2))} - \frac{3}{5} \\ &= \frac{6(a^2+b^2+c^2)}{5} \left(\frac{1}{a^2 + 5(b^2+c^2)} + \frac{1}{b^2 + 5(c^2+a^2)} + \frac{1}{c^2 + 5(a^2+b^2)} \right) - \frac{3}{5} \end{aligned}$$

Áp dụng Bđt Svac - xơ (Bđt công mẫu số) ta được

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2 + 5(b^2+c^2)} + \frac{1}{b^2 + 5(c^2+a^2)} + \frac{1}{c^2 + 5(a^2+b^2)} &\geq \frac{(1+1+1)^2}{13(a^2+b^2+c^2)} \\ &= \frac{9}{13(a^2+b^2+c^2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } P &\geq \frac{6(a^2+b^2+c^2)}{5} \cdot \frac{9}{13(a^2+b^2+c^2)} - \frac{3}{5} \\ &= \frac{6}{5} \cdot \frac{9}{13} - \frac{3}{5} = \frac{3}{13} \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c$ (b)
 Vậy $P_{\min} = \frac{3}{13}$ khi $a = b = c$