

Câu I:

1. Để  $\sqrt{x-2}$  có nghĩa thì  $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$

2.  $A = \sqrt{36} + \sqrt{9} = \sqrt{6^2} + \sqrt{3^2} = 6 + 3 = 9$

3. a)  $2x+1=5 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$ . Vậy pt có nghiệm  $x=2$

b)  $x^2+2x-3=0$

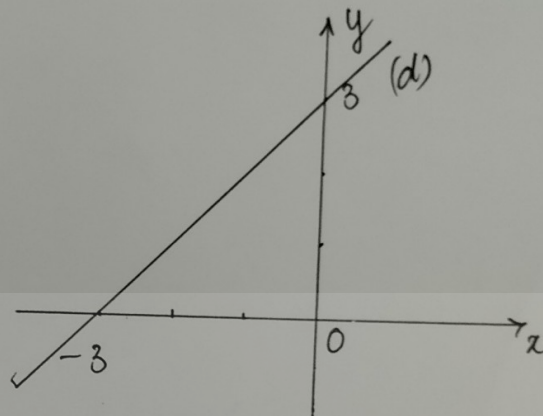
Có  $a+b+c=1+2-3=0 \Rightarrow$  pt có nghiệm  $x_1=1; x_2=\frac{c}{a}=-3$

Vậy phương trình có 2 nghiệm  $x=1; x=-3$

4. (d):  $y=x+3$

a) Vẽ (d), ta có bảng giá trị:

|     |   |    |
|-----|---|----|
| $x$ | 0 | -3 |
| $y$ | 3 | 0  |



b) Phương trình hoành độ giao

điểm của (d) và (d'):

$2x+m-1=x+3$

$\Rightarrow x+m-4=0$

Để d cắt d' tại 1 điểm trên trục tung

$\Rightarrow$  d'  $x=0 \Rightarrow m-4=0 \Rightarrow m=4$

Vậy  $m=4$  thỏa mãn bài.

Câu II:

1.  $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x-2y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+2y=6 \\ x-2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=5 \\ y=3-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

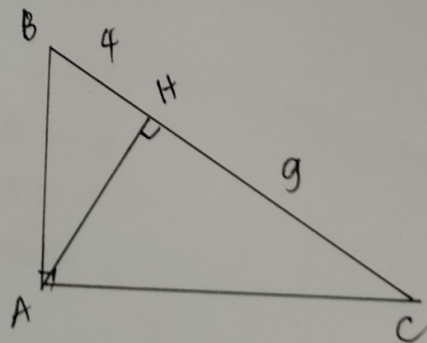
Vậy hệ có nghiệm  $(x; y) = (1; 1)$

2. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ta có:

$AH^2 = BH \cdot HC = 4 \cdot 9 = 36$

$\Rightarrow AH = 6 \text{ (cm)}$

Vậy  $AH = 6 \text{ cm}$ .



Case III.

$$1. \quad x^2 - 8x + m - 1 = 0$$

$$\Delta' = 4^2 - (m-1) = 17 - m$$

Để pt có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thì  $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 17$

theo Vi-ét: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$$

$$P = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1) \stackrel{2087}{=} x_1^2 x_2^2 - (x_1^2 + x_2^2) + 2 \cdot 1 + 2087$$

$$= (x_1 x_2)^2 - [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] + 2088$$

$$= (m-1)^2 - 8^2 + 2(m-1) + 2088$$

$$= m^2 - 2m + 1 - 64 + 2m - 2 + 2088$$

$$= m^2 + 2023 \geq 2023 \quad (\text{vì } m^2 \geq 0 \forall m)$$

$\Rightarrow P \geq 2023$  dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow m = 0$  (t/m)

Vậy GTNN của  $P$  là 2023 khi  $m = 0$ .

2. Gọi số chiếc xe của đội theo dự định là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Thực tế đội có  $x+5$  (chiếc).

Dự định mỗi xe chở:  $\frac{120}{x}$  (tấn hàng)

Thực tế mỗi xe chở:  $\frac{120+5}{x+5} = \frac{125}{x+5}$  (tấn hàng).

Theo bài ra ta có:

$$\frac{125}{x+5} + 1 = \frac{120}{x}$$

$$\Leftrightarrow 125x + x(x+5) = 120(x+5)$$

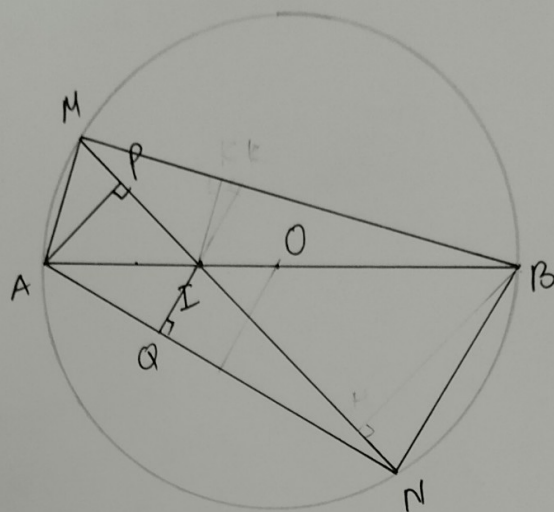
$$\Leftrightarrow 125x + x^2 + 5x = 120x + 600$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 600 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 & (\text{t/m}) \\ x = -30 & (\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy dự định đội có 20 chiếc xe.

Câu IV.



$$\begin{aligned} a) \quad & AP \perp MN \Rightarrow \widehat{APQ} = 90^\circ \\ & IQ \perp AN \Rightarrow \widehat{AQI} = 90^\circ \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \widehat{APQ} + \widehat{AQI} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$\Rightarrow$  tứ giác APQI nội tiếp.

$$b). \quad \text{Ta có: } \widehat{AMN} = \widehat{ABN} \quad (\text{cùng chắn cung AN}) \quad (1)$$

$$\text{Có: } BN \perp AN \quad (\widehat{ANB} = 90^\circ \text{ do chắn nửa đường tròn})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} IQ \perp AN \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow BN \parallel IQ$$

$$\Rightarrow \widehat{ABN} = \widehat{AIQ} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{AIQ}$$

Kết 2 tam giác vuông MPA và IQA có:

$$\widehat{MPA} = \widehat{AIQ} \quad (\text{cmt})$$

$$\widehat{MPA} = \widehat{IQA} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle MPA \sim \triangle IQA$$

$$\Rightarrow \frac{MP}{IQ} = \frac{MA}{IA} \Rightarrow MP \cdot IA = IQ \cdot MA$$

$$c). \quad \text{Ta có: } AM^2 + MB^2 = AB^2 \quad (\triangle AMB \text{ vuông})$$

$$AN^2 + NB^2 = AB^2 \quad (\triangle ANB \text{ vuông})$$

$$\text{Cộng vế} \Rightarrow 2AB^2 = (AM^2 + NB^2) + (AN^2 + MB^2)$$

$$\stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 2AM \cdot NB + 2AN \cdot MB$$

$$\Rightarrow 2AB^2 \geq 2AM \cdot NB + 2AN \cdot MB \Leftrightarrow AM \cdot NB + AN \cdot MB \leq AB^2 \quad (\text{đpcm})$$

Câu 4.

$$1. \quad 2x^2 + 3xy + y^2 + 5x + 3y = 11.$$

$$2x^2 + 2xy + xy + y^2 + (x+y) + (4x+2y) = 11$$

$$\Leftrightarrow 2x(x+y) + y(x+y) + (x+y) + 4x+2y = 11$$

$$\Leftrightarrow (x+y)(2x+y+1) + 2(2x+y+1) = 13.$$

$$\Leftrightarrow (2x+y+1)(x+y+2) = 13.$$

$$\text{G': } 13 = 1 \cdot 13 = 13 \cdot 1 = (-1) \cdot (-13) = (-13) \cdot (-1)$$

$$t) \begin{cases} 2x+y+1 = 1 \\ x+y+2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ y = 22 \end{cases}$$

$$t) \begin{cases} 2x+y+1 = 13 \\ x+y+2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = -14 \end{cases}$$

$$t) \begin{cases} 2x+y+1 = -1 \\ x+y+2 = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = -28 \end{cases}$$

$$t) \begin{cases} 2x+y+1 = -13 \\ x+y+2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ y = 8 \end{cases}$$

vậy phương trình có các cặp nghiệm nguyên là

$$(x; y) = (-11; 22); (13; -14); (13; -28); (-11; 8)$$

$$2. \quad 4a^2 - 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + (a^2 - 2ab + b^2)$$

Câu V.

$$2. \quad 4a^2 - 2ab + b^2 = 4a + 2b$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + (a-b)^2 = 2(2a+b) \quad (1)$$

$$P = 253 \cdot (2a+b) \Rightarrow 2a+b = \frac{P}{253} = M \Rightarrow b = M - 2a.$$

Thay vào (1) được:

$$3a^2 + [a - (M - 2a)]^2 = 2M$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + (3a - M)^2 = 2M$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + 9a^2 - 6Ma + M^2 - 2M = 0$$

$$\Leftrightarrow 12a^2 - 6Ma + M^2 - 2M = 0 \quad (*)$$

$$\Delta' = (3M)^2 - 12(M^2 - 2M) = 9M^2 - 12M^2 + 24M = -3M^2 + 24M$$

$$= -3M(M-8).$$

$$\text{Để } (*) \text{ có nghiệm} \Rightarrow \Delta' \geq 0 \Rightarrow M(M-8) \leq 0$$

$$\Rightarrow 0 \leq M \leq 8.$$

Điều "=" xảy ra khi  $\Delta' = 0$  hay  $(*)$  có nghiệm kép

$$\Rightarrow a = \frac{6M}{24} = \frac{M}{4}.$$

$$\text{Với } M=8 \Rightarrow a=2 \Rightarrow b=8-2 \cdot 2=4.$$

$$M=8 \Rightarrow P=253 \cdot 8=2024$$

Vậy giá trị lớn nhất của  $P$  là 2024 khi  $a=2, b=4$ .